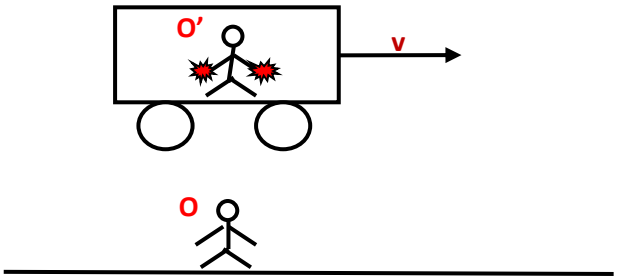
Incontro 07

Relatività della <<contemporaneità>>

Guardiamo la seguente scenetta:



O' si trova nel mezzo di un vagone, che si sposta con velocità v in direzione +x.
O è fermo sulla pensilina, e guarda la scenetta.
Nell'istante in cui O' è all'altezza di O, O' lascia partire due lampi di luce:

uno in direzione +x
e l'altro in direzione –x.

Per O', visto che

- **la luce si propaga con velocità c in ambedue le direzioni +x e –x e che**
- **O' sta esattamente nel mezzo del vagone,**

i lampi di luce raggiungono le pareti anteriore e posteriore del vagone contemporaneamente.

Per O la luce continua a mantenere la propria velocità c, ma il vagone si sposta in direzione +x, per cui la parete posteriore "va incontro" al raggio di luce, il quale farà meno strada e lo incontrerà "prima" della parete anteriore, che invece si allontana.

Cioè: la contemporaneità degli eventi non è più un "assoluto", ma è qualche cosa di relativo allo stato dell'osservatore.

Vediamolo in formule.
O' vede i segnali di luce arrivare contemporaneamente sulla parete posteriore e anteriore del vagone:

Parete posteriore – Evento 1
Tempo: t'_1 - Coordinata: x'_1
Parete anteriore – Evento 2
Tempo: t'_2 - Coordinata: x'_2

Contemporaneità degli eventi:
$t'_1 = t'_2$

Cosa vede O? **Trasformazione di Lorentz Inversa**

$$t_1 = \gamma\left(t'_1 + \frac{v}{c^2}x'_1\right)$$

$$t_2 = \gamma\left(t'_2 + \frac{v}{c^2}x'_2\right)$$

$$t_2 - t_1 = \gamma\left((t'_2 - t'_1) + \frac{v}{c^2}(x'_2 - x'_1)\right) =$$

$$= \gamma\left(\frac{v}{c^2}(x'_2 - x'_1)\right) \neq 0$$

Quindi: gli eventi in O NON sono contemporanei.

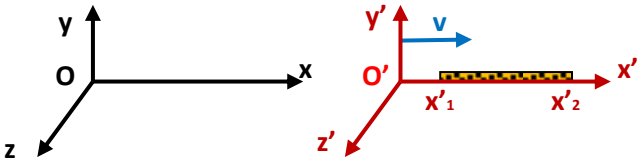
Contrazione delle lunghezze.

Noi siamo abituati, una volta misurata la lunghezza di una sbarra, di considerare questa misura come una quantità "fissa".

In fondo il <<metro>> veniva (periodo: 1889 - 1960) definito come la distanza – alla temperatura di 0°C - fra due tacche incise su una sbarra di platino-iridio , conservata presso il Bureau International des Poids et Measures a Sèvres (Parigi).

Ma non è detto che sia così.

Infatti, pensiamo ora una sbarra che giace in quiete sull'asse x' dell'osservatore O'.



O' ha tutto il tempo che vuole per misurare la lunghezza di questa sbarra.

Diciamo L' tale lunghezza, e – data la sua importanza – le diamo anche un nome : lunghezza propria della sbarra.

In Inglese: la lunghezza della sbarra: proper length

il Riferimento in cui la sbarra è in quiete: proper frame

Date le coordinate degli estremi, potremo scrivere:

$$L' = x'_2 - x'_1$$

Che cosa vede O?

Innanzi a tutto, vede la sbarra passargli vicino, correndo.

Per determinare la sua lunghezza dovrà identificare contemporaneamente le coordinate dei due estremi, e poi fare la differenza.

Si noti che qui il tempo impiegato in O' per fare la misura non conta niente.

Avremo allora:

$$L = x_2 - x_1$$

Ma per O le osservazioni devono essere contemporanee, per cui deve anche essere:

$$t_2 = t_1.$$

Quale è il legame fra le misure fatte da O' e quelle fatte da O?

Le Trasformazioni di Lorentz:

$$L' = x'_2 - x'_1 =$$
$$= \gamma(x_2 - vt_2) - \gamma(x_1 - vt_1) =$$
$$= \gamma(x_2 - x_1) = \gamma L$$

Contemporaneità degli eventi:

$t_1 = t_2$

Poiché $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > 1$ **, appare evidente che risulta essere L' > L.**

Tradotto in termini di "sensazioni", O misura una lunghezza della sbarra inferiore a quella misurata da O'.

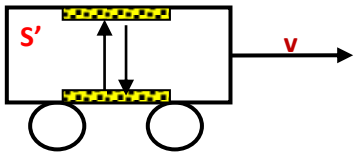
Si parla allora di <<contrazione delle lunghezze>>.

Dilatazione dei tempi

Passiamo ad esaminare un'altra "stranezza" della Relatività Ristretta.

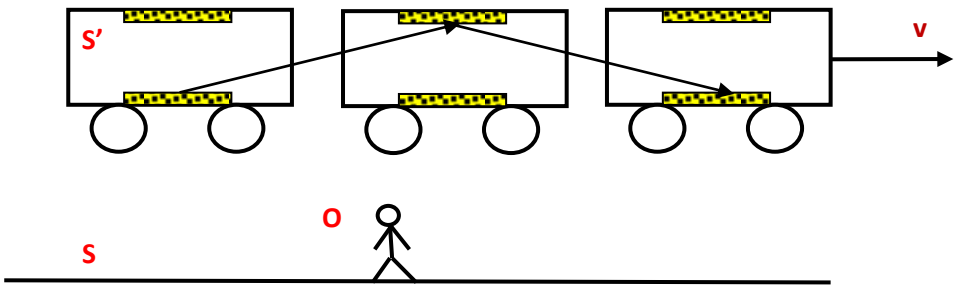
In Relatività Ristretta abbiamo un "assoluto": la velocità della luce c.
Lo potremo quindi usare anche per misurare il tempo:

Consideriamo infatti un vagone S' in moto con velocità v in direzione +x.



Visto in S', se facciamo partire dal suolo un impulso luminoso, che si riflette su uno specchio posto sul soffitto, e nel ritornare indietro viene misurato l'intervallo di tempo impiegato, si ha un orologio che non dipende da fatti accidentali, come potrebbe accadere a qualsiasi orologio meccanico.

Ma: e se fosse visto da S?



Secondo l'osservatore O il percorso fatto dal raggio di luce appare essere più lungo.
Ma per il 2° Postulato la velocità della luce deve rimanere la stessa.
Il che equivale a dire che "*il secondo*" battuto dal raggio di luce che sale e che scende su un mezzo che noi vediamo in movimento sarà "*più lungo*".

Esistono delle conferme sperimentali per questo fenomeno?
Le vedremo fra poco.

Prima però analizziamo il fenomeno ricorrendo alle formule.

S' Evento 1 il segnale parte dal pavimento
$x'_1 = x'$ $y'_1 = 0$ t'_1

Evento 2 il segnale arriva al soffitto
$x'_2 = x'$ $y'_2 = h$ t'_2

Evento 3 il segnale ritorna sul pavimento
$x'_3 = x'$ $y'_3 = 0$ t'_3

Utilizzando le Trasformazioni di Lorentz Inverse si trova:

S

$$t_1 = \gamma\left(t'_1 + \frac{v}{c^2}x'\right)$$
$$t_2 = \gamma\left(t'_2 + \frac{v}{c^2}x'\right)$$
$$t_3 = \gamma\left(t'_3 + \frac{v}{c^2}x'\right)$$

Quello che interessa veramente è l'intervallo di tempo $\Delta t = t_3 - t_1$:

$$\Delta t = t_3 - t_1 = \gamma\left(t'_3 + \frac{v}{c^2}x'\right) - \gamma\left(t'_1 + \frac{v}{c^2}x'\right) =$$
$$= \gamma(t'_3 - t'_1) = \gamma\Delta t'$$

L'intervallo di tempo misurato nel Riferimento in cui il fenomeno "non cambia coordinata spaziale" assume un significato particolare,

per cui assume anche un nome particolare: il tempo proprio,

che spesso viene anche indicato con un simbolo particolare: τ o $\Delta\tau$.

L'intervallo di tempo in S assume quindi la forma definitiva:

$$\Delta t = \gamma\,\Delta\tau$$

Appare doveroso fare una precisazione.

Consideriamo i due classici Riferimenti S ed S', le cui origini sono O ed O'.

Immaginiamo ancora che O osservi un orologio che è fisso in O' (per cui, in O', il <<click>> dell'orologio è proprio il $\Delta\tau$, per cui risulta essere: $\Delta t' = \Delta\tau$).

Cosa "vedrà" O con i propri occhi?

Scopo di queste note è mostrare che

una cosa è l'appartenenza a due Riferimenti diversi

ed un'altra cosa è

"ciò che si vede con i propri occhi".

L'atto di "vedere" contempla

- **SIA la trasformazione dei Riferimenti**
- **SIA il tempo impiegato dalla luce per arrivare agli occhi di chi osserva.**

Nel nostro caso si ha:

Trasformazione dei Riferimenti: $\Delta t = \gamma\,\Delta t'$

Tempo impiegato dalla luce: $\gamma\,\Delta t'\frac{v}{c}$

$\gamma\Delta t'v$ = strada percorsa da S' perché la luce arrivi ad O.

$$\Rightarrow \quad \Delta t_{VISTO} = \gamma\,\Delta t' + \gamma\,\Delta t'\frac{v}{c} = \gamma\,\Delta t'\left(1 + \frac{v}{c}\right) =$$
$$= \Delta t'\frac{\left(1 + \frac{v}{c}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \Delta t'\frac{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}$$

Sia chiaro che questo ulteriore rallentamento del cronometro è solo una "illusione ottica" , in contrasto con la dilatazione del tempo dovuta al cambiamento di Riferimento.

Ma la variazione dell'intervallo di tempo comporta un altro effetto: la variazione della frequenza (quindi del colore) del segnale luminoso.

In S', si ha: $$f' = \frac{1}{\Delta t'}$$

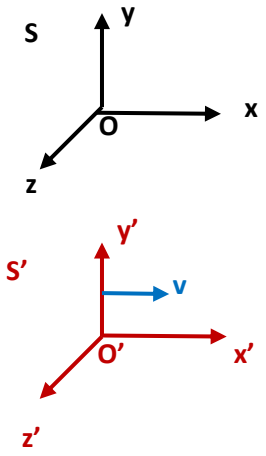
In S, si ha invece: $$f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t'} \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} = f' \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}$$

In questo caso la luce si allontana dall'osservatore, ed abbiamo uno spostamento verso il rosso.

Se la distanza dovesse diminuire anziché crescere, basta cambiare segno a "v",
ed allora si avrebbe uno spostamento verso il violetto.

Il fenomeno prende il nome di <<Effetto Doppler longitudinale>>, "longitudinale" in quanto il movimento avviene parallelamente all'asse X (all'asse del moto dei due Riferimenti).

La precisazione "longitudinale" è dovuta al fatto che è possibile dimostrare che esiste anche un <<Effetto Doppler trasversale>>.
Consideriamo i due Riferimenti inerziali S ed S' disposti come in figura.



Se, nel momento in cui O' passa sotto O, O' lancia un segnale ottico verso O (visto da O), questo riceve certamente un segnale ottico, ma con una frequenza modificata.

Si pensi alla dilatazione del tempo: $\Delta t = \gamma \Delta \tau$.

Se O' misura $\Delta \tau$, O "vede" Δt, un intervallo di tempo più lungo, a parità di numero di onde prodotte dalla sorgente.

Cioè, O "vede" una frequenza inferiore di quella emessa.

Si trova infatti che vale la relazione:

$$f' = \frac{f}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ EFFETTO DOPPLER TRASVERSALE

Il fenomeno non ha alcuna corrispondenza nella Fisica Classica, per cui è possibile affermare che il fenomeno è puramente relativistico.

(Vedi: Bombay Uni. Special Relativity Lezione 18 Tempo: 002900)