

Relatività ristretta

SPECIAL RELATIVITY

Ogni moto è relativo.

La velocità della luce nello spazio libero è la stessa per qualsiasi osservatore.

FRAMES OF REFERENCE

Moto relativo rispetto a chi? E' necessario dare un Riferimento.

Riferimento inerziale: in un Riferimento Inerziale un corpo non soggetto a forze rimane in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.

Qualunque "riferimento inerziale" è valido.

Cioè: non esiste il moto assoluto.

La Teoria della Relatività Ristretta (1905) prende in esame le "conseguenze" di questa mancanza di "moto assoluto".

POSTULATI DELLA RELATIVITA' RISTRETTA.

- 1) Le leggi della Fisica sono le stesse in qualunque riferimento inerziale.
- 2) La velocità della luce nel vuoto è la stessa in ogni riferimento inerziale.
($c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

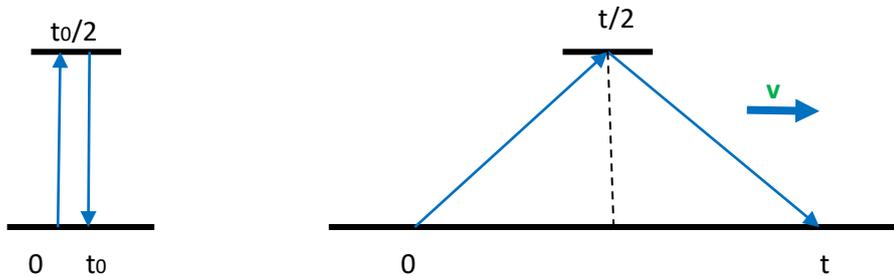
Michelson – Morley experiment.

TIME DILATION

Un orologio che si muove "clicca" più lentamente di un orologio che sta fermo.

Orologio che sta fermo: **tempo proprio t_0 .**

Orologio che si muove: **tempo t .**



Si trova:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

E' stato usato un "orologio" particolare, ma il risultato "vale" per qualsiasi orologio, incluso l'orologio biologico.

THE ULTIMATE SPEED LIMIT

Nulla può essere più veloce della luce nel vuoto.

Infatti, dato il postulato sulla velocità della luce, se un'astronave avesse una velocità superiore alla luce, questa "resterebbe indietro", cosa che non accade mai.

Cerenkov radiation: la radiazione avviene quando particelle elettricamente cariche si muovono a velocità superiore a quella della luce in un mezzo trasparente, come l'acqua.

Ovviamente, fenomeni come la “contemporaneità” sono relativi, ma “mai” l’effetto può precedere la “causa”.

DOPPLER EFFECT

Perché si pensa che l’Universo si stia espandendo.

Suono: richiede un mezzo che oscilli per propagarsi.

Vale la relazione:
$$v = v_0 \left(\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{V}{c}} \right)$$
 essendo:

$\left\{ \begin{array}{l} v: \\ v_0: \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{frequenza percepita} \\ \text{frequenza trasmessa} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} c : \text{velocità del suono} \\ v: \text{velocità dell'osservatore (+ moto verso la sorgente; - moto via dalla sorgente)} \\ V: \text{velocità della sorgente (+ moto verso l'osservatore; - moto via dall'osservatore)} \end{array} \right.$
---	---	--

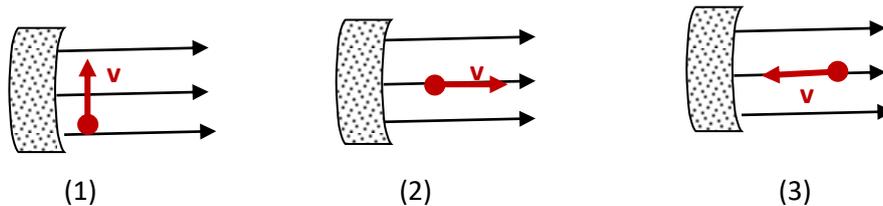
L’effetto Doppler del suono dipende sia dal moto dell’osservatore che dal moto della sorgente.

Luce: non richiede alcun “mezzo” che oscilli per propagarsi.

Abbiamo in più la “dilatazione del tempo”.

Possiamo analizzare l’Effetto Doppler per la luce considerando la sorgente luminosa come un orologio che fa v_0 tick al secondo ed emette luce ad ogni tick.

Osserviamo la figura:



Vedo la luce che si muove:

$$t_0 = \frac{1}{v_0}$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = v_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Effetto Doppler
Trasversale

Si trova:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

Effetto Doppler
in allontanamento

Si trova:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$$

Effetto Doppler
in avvicinamento

Applicato all’Astronomia, tutte le righe dello spettro sono “spostate verso il rosso”, da cui l’ipotesi dell’Universo in espansione.

LENGTH CONTRACTION

Faster means shorter

Anche la misura delle lunghezze, come quella degli intervalli di tempo, è influenzata dal moto relativo.

La lunghezza L di un oggetto in moto rispetto ad un osservatore appare sempre più piccola della lunghezza L_0 quando questa è “in quiete” rispetto all’osservatore.

La lunghezza L_0 prende il nome di “proper length”.

La contrazione avviene sempre nella direzione del moto, mentre lascia inalterate le lunghezze

perpendicolari al moto.

La contrazione delle lunghezze può essere dimostrata in molti modi, ma forse il più semplice si fonda sul "time dilation" e sul principio di relatività.

Consideriamo p. es. quello che accade a delle particelle instabili chiamate "muoni", che sono create a grandi altezze da raggi cosmici veloci che provengono dallo spazio e che collidono con i nuclei atomici della atmosfera terrestre.

Un muone ha massa 207 volte l'elettrone, ha carica $+e$ o $-e$, e decade in un positrone o in un elettrone con un tempo di vita medio di $2,2 \mu\text{s} = 2,2 * 10^{-6} \text{ s}$ (tempo proprio).

I muoni hanno velocità di circa $2,994 * 10^8 \text{ m/s} = 0,998 c$, e raggiungono il mare a profusione ($\cong 1$ al minuto per cm^2 a livello del mare).

Ma $t_0 = 2,2 \mu\text{s}$, e – nella durata della sua vita – un muone potrebbe percorrere una strada data da: $v * t_0 = (2,994 * 10^8 \text{ m/s}) * (2,2 * 10^{-6} \text{ s}) = 6,6 * 10^2 \text{ m} = 0,66 \text{ Km}$.

Ma percorre 6 Km o più.

Per risolvere il paradosso notiamo che

- la vita media di un muone è $t_0 = 2,2 \mu\text{s}$ (tempo proprio),
e
- che si muove verso di noi ad una velocità elevata.

"Noi" vedremo il muone "vivere":

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2,2 * 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - (0,998)^2}} = 34,8 * 10^{-6} \text{ s} = 34,8 \mu\text{s}.$$

Il muone ha quindi una vita, rispetto a noi, circa 16 volte maggiore del "tempo proprio".

In questo tempo copre una distanza di 10,4 Km.

La situazione è questa:

cosa accade nel caso che un osservatore sia "legato" al muone?

Il muone appare essere "in quiete".

Il fatto che arrivi a livello del mare non può essere giustificato altrimenti che ammettendo che la strada "si sia accorciata" a causa del moto.

Avremo allora:
$$h = h_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \begin{cases} h_0: \text{ strada propria percorsa dal muone} \\ h: \text{ strada vista da un osservatore} \\ \text{legato alla Terra.} \end{cases}$$

Vale ovviamente la relazione generale:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Ripetiamo: l'accorciamento avviene solo nella direzione del moto.

TWIN PARADOX

A longer life, but it will not seem longer

Consideriamo due gemelli: Dick e Jane, dotati di due orologi identici.

Dick è ventenne quando parte per una stella, distante 20 anni-luce da noi, con velocità 0,80 c.

Jane sta sulla Terra (pensata riferimento inerziale).

Per Jane il tempo di Dick è più lento, con un fattore di lentezza dato da:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1 - (0,8)^2} = 0,60 = 60\%$$

Per Jane il cuore di Dick batte solo 3 volte quando il suo cuore batte 5 volte.

Dick fa solo 3 pensieri quando Jane ne fa 5.

Infine, Dick ritorna dopo 50anni (per Jane), che corrispondono a 30 anni di Dick.

Dick ha quindi solo 50 anni, mentre Jane ne ha 70.

Dove sta il paradosso?

Se consideriamo la situazione dal punto di vista di Dick, Jane sulla Terra si muoveva rispetto a Dick con velocità $0,8 c$.

Può accadere che sia Jane ad avere 50 anni, e Dick 70?

Le due situazioni non sono equivalenti.

Dick ha cambiato riferimento inerziale due volte: quando è partito e quando è ritornato indietro mentre Jane è rimasta sempre nello stesso riferimento inerziale.

La dilatazione dei tempi si può applicare alle osservazioni di Jane, non alle osservazioni di Dick.

Guardando il viaggio di Dick dalla sua prospettiva, dobbiamo tener conto che la distanza L che lui ha percorso "è stata accorciata" fino a diventare:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = (20 \text{ anni} - \text{luce}) \sqrt{1 - \frac{(0,80c)^2}{c^2}} = 12 \text{ anni} - \text{luce}$$

Per Dick il tempo è passato in modo usuale, ma il suo viaggio è stato di $\frac{L}{v} = 15$ anni, e – ritornando – ha impiegato altri 15 anni, per cui il suo viaggio è durato – per lui - 30 anni.

L'invecchiamento non simmetrico dei due gemelli è stato verificato sperimentalmente mediante orologi di precisione ed utilizzando aeroplani che giravano attorno al mondo.

Un osservatore che parte dal proprio sistema inerziale e ci ritorna dopo essersi mosso rispetto a tale sistema troverà sempre i propri orologi "indietro" rispetto agli orologi che sono rimasti fissi nel sistema.

ELECTRICITY AND MAGNETISM

Relatività è il ponte di congiunzione.

"Da sempre" si sono studiati i fenomeni della Elettricità e del Magnetismo, come "cose separate".

Solo Maxwell (1831 - 1879) riuscì a "ridurli" in un unico problema: l'Elettromagnetismo. Le Equazioni di Maxwell (1865) mostrano come i fenomeni elettrici e quelli magnetici sono correlati tra loro.

Ma queste equazioni non erano "invariabili" per un cambio di Riferimento "galileiano", detto anche "classico", mentre lo erano per le "Trasformazioni di Lorentz", le formule della Relatività adottate da Einstein.

Da questa impostazione nascono – fra l'altro - le "onde elettromagnetiche", inclusa la LUCE, che rappresenta – nel vuoto – il massimo della velocità raggiungibile.

Noi ci limitiamo a ricordare:

- la definizione della Costante Dielettrica ϵ_0 nel vuoto

La Costante Dielettrica nel vuoto mette in relazione diverse grandezze fisiche, meccaniche ed elettromagnetiche.

Ad esempio, date due cariche elettriche q_1 e q_2 , queste si respingono (se omonime) o si attraggono (se eteronime) con una forza data da: $\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$, dove la costante k viene

scritta nella forma: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$.

Nel vuoto si scrive: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

Più facilmente, si misura la costante dielettrica ricorrendo alla capacità elettrica C di un condensatore: $C = \epsilon \frac{A}{d}$, dove A è l'area delle armature e d è la distanza che le separa.

- la definizione della Permeabilità Magnetica nel vuoto

La permeabilità magnetica μ di un materiale è una grandezza fisica che esprime l'attitudine del materiale a magnetizzarsi in presenza di un campo magnetico.

Vale la relazione: $\vec{B} = \mu \vec{H}$, essendo \vec{H} l'intensità del campo magnetico e \vec{B} l'induzione magnetica.

È stato dimostrato (Maxwell) che la velocità della luce nel vuoto vale: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

RELATIVISTIC MOMENTUM

Ri-definiamo una quantità importante

In meccanica classica la quantità di moto $p = mv$ è utile in quanto è conservata in un sistema di particelle non soggetto a forze esterne.

Il problema che si pone adesso è il seguente:

in Relatività mantiene il suo valore, o, se necessario, "come" è doveroso cambiarlo?

La risposta è: "è doveroso cambiarlo".

Si trova che la "nuova" quantità di moto deve essere scritta nella forma seguente:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma mv \quad \text{Quantità di moto relativistica}$$

essendo $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

RELATIVISTIC MASS

A questo punto si potrebbe pensare ad una massa "in quiete" m_0 e ad una massa "in movimento":

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

È quanto lo stesso Einstein aveva fatto all'inizio, ma poi aveva incontrato delle difficoltà, ed aveva assunto m_0 come massa di riferimento e la formula della quantità di moto relativistica come formula di riferimento.

MASS AND ENERGY

Where $E_0 = mc^2$ comes from

Qui la Matematica diventa impegnativa.

Nella Fisica Classica (di Newton) viene dimostrato che il lavoro di una forza applicata ad una particella di massa m (non soggetta ad altre azioni) si trasforma tutto in energia cinetica:

$$KE = \frac{1}{2} mv^2.$$

Tenendo conto della quantità di moto relativistica, lo stesso principio porta a scrivere:

$$KE = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

Questo risultato afferma che l'energia cinetica di una particella è uguale alla differenza fra γmc^2 e mc^2 .

Interpretando $E = \gamma mc^2$ come l'energia totale della particella, si può scrivere:

$$E = \gamma mc^2 = mc^2 + KE$$

Nel caso che la particella stia ferma, $KE = 0$, e si ha: $E = mc^2$.

Tale quantità prende il nome di “rest energy”.

La formula $E = mc^2$ è la più conosciuta al mondo anche dai non specialisti.

ENERGY AND MOMENTUM

How they fit together in Relativity

L'energia totale e la quantità di moto sono conservati in un sistema isolato, ed anche l'energia “in quiete” di una particella è invariante.

Vediamo come sono correlate “energia totale”, “energia totale in quiete” e “quantità di moto”.

L'energia totale è data da: $E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Il suo quadrato è: $E^2 = \frac{m^2 c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}}$

La quantità di moto è: $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

per cui possiamo scrivere: $p^2 c^2 = \frac{m^2 v^2 c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Sottraendo da E^2 questa quantità si trova:

$$E^2 - p^2 c^2 = \frac{m^2 c^4 - m^2 v^2 c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m^2 c^4 \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{1-\frac{v^2}{c^2}} = (mc^2)^2$$

Quindi: $E^2 = (mc^2)^2 + p^2 c^2$

Poiché mc^2 è un invariante, anche $(E^2 - p^2 c^2)$ sarà un invariante, avrà cioè lo stesso valore in ogni sistema di riferimento.

Cioè, **massa ed energia sono forme diverse della stessa quantità.**

MASSLESS PARTICLES

Può esistere una particella di massa “zero” che abbia, ciononostante, energia e quantità di moto?

In Fisica Classica NO, ma in Relatività: vediamo.

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Quando $m = 0$, e $v \ll c$, chiaramente anche $p = 0$ ed $E = 0$.

Ma se $v = c$, sia p che E assumono valore $0/0$, indeterminato.

Le formule scritte sono quindi compatibili con l'esistenza di particelle di massa nulla, **purché abbia la velocità della luce.**

L'equazione: $E^2 = (mc^2)^2 + p^2 c^2$ porta a scrivere, se $m = 0$:

$$E = pc \quad \text{particella senza massa}$$

La conclusione **non è** che una particella senza massa ci DEVE esistere, ma **non esclude** la possibilità che ci sia.

Nel qual caso si ha: $v = c$ ed $E = pc$.

GENERAL RELATIVITY

La gravità è una deformazione dello spazio-tempo.

La Relatività Speciale riguarda solamente i sistemi di riferimento che non sono accelerati.

Nel 1916 Einstein ha creato la Relatività Generale, che include gli effetti delle accelerazioni su quanto si osserva.

La conclusione finale è che la forza di gravità nasce da una “deformazione” dello spazio-tempo attorno ad un corpo materiale.

Il risultato è che un corpo che si muove in tale spazio segue in generale una traiettoria curvilinea anziché una rettilinea.

Il Principio di Equivalenza è centrale in Relatività Generale:

un osservatore che si trova in un laboratorio chiuso non è in grado di distinguere gli effetti prodotti da un campo gravitazionale da quelli prodotti da una accelerazione del laboratorio.

Il principio deriva dal fatto che la Massa Inerziale = Massa Gravitazionale.

Deriva dal Principio di Equivalenza che anche la luce rimane soggetta alla gravità.

Questo significa che anche il raggio di luce è soggetto al campo gravitazionale rispetto al quale dipende l'accelerazione del laboratorio.

Il fascio di luce percorre quindi una curva.

A questo punto, si può anche affermare che gli esperimenti confermano la teoria.

Ed è qui che ci si ferma.