Sezione aurea
Serie di Fibonacci

Le proporzioni e le loro proprietà

Definizione e costruzione del segmento aureo

La sezione aurea in architettura

La sezione aurea in anatomia, nell'arte

La sezione aurea nel regno vegetale e tra gli oggetti quotidiani

Il pentagono e la sezione aurea

Divisione di un segmento in "*media e ultima ragione*"

Città più belle del mondo, quali sono?

Leonardo Pisano, detto Fibonacci.

La successione di Fibonacci.

La successione di Fibonacci in natura e nell'arte

Alcune proprietà della serie di Fibonacci

A cura di Bruno Pizzamei

Le proporzioni

Spesso, soprattutto nel linguaggio scientifico, si sente parlare di quantità o grandezze che sono *direttamente* o *inversamente proporzionali* tra loro, o che *sono in una certa proporzione*, in assoluto o in relazione a qualcos'altro. Questi termini vengono usati anche nel linguaggio comune.

Queste espressioni poi sono usate sin dai tempi antichi.

Ricordiamo brevemente cos'è una ***proporzione*.**

Per proporzione si intende l'uguaglianza di due rapporti.

Quattro grandezze **a, b, c, d** sono in proporzione se vale la relazione:

$$\mathbf{a : b = c : d}$$

che può essere scritta anche

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

I termini **a** e **d** sono detti **estremi**, mentre **b** e **c** sono chiamati **medi.**

I termini **a** e **c** sono detti **antecedenti** mentre **b** e **d** sono detti **conseguenti.**

Vediamo alcune proprietà relative alle proporzioni

Proprietà fondamentale: in ogni proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi $\mathbf{a\,d = b\,c}$

L'esistenza di questa proprietà ci consente di verificare se le quattro grandezze ***a, b, c, d*** *costituiscono una proporzione*.

Proprietà dell'invertire: se in una qualsiasi proporzione si scambia ogni antecedente con il suo conseguente si ottiene una nuova proporzione

$$\mathbf{a : b = c : d \implies b : a = d : c}$$

Proprietà del permutare: se in una qualsiasi proporzione si scambiano fra loro i due medi o i due estremi o entrambi si ottiene una nuova proporzione.

$a : b = c : d \Longrightarrow d : b = c : a \Longrightarrow a : c = b : d$

Proprietà del comporre: in ogni proporzione la somma del primo e del secondo termine sta al primo o al secondo termine come la somma del terzo e del quarto sta al terzo o al quarto termine.

$a : b = c : d \Longrightarrow (a + b) : a = (c + d) : c$

Proprietà dello scomporre: in ogni proporzione, quando ogni antecedente è maggiore del proprio conseguente, la differenza tra il primo e il secondo termine sta al primo o al secondo termine come la differenza tra il terzo e il quarto sta al terzo o al quarto termine

$a : b = c : d \Longrightarrow (a - b) : a = (c - d) : c$

Parliamo ora del **medio proporzionale e** della proporzione ad esso collegata. Il medio proporzionale tra due grandezze **a** e **b** è quel valore **m** che soddisfa la proporzione **$a : m = m : b$**

Proporzione aurea

*La **proporzione aurea** è una particolare **proporzione tra due grandezze** in cui la **maggiore** è **medio proporzionale** tra la **minore** e la **somma tra la maggiore e la minore.***

a e **b con $a > b \Longrightarrow b : a = a : (a + b)$**

Essa può essere definita anche come una ***proporzione tra due grandezze** in cui la **grandezza minore** è **medio proporzionale** tra la **maggiore** e la **differenza tra la maggiore e la minore**.*

a e **b con $a > b \Longrightarrow a : b = b : (a - b)$**

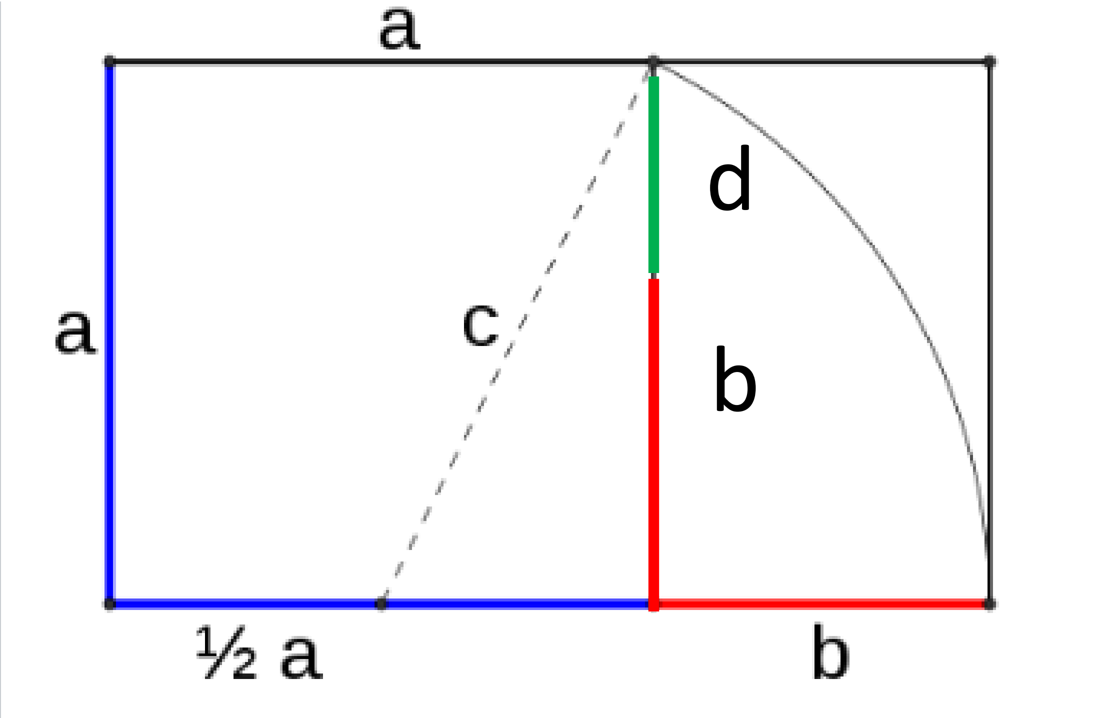
Le due definizioni sono apparentemente diverse ma è possibile passare dall'una all'altra applicando le proprietà delle proporzioni:

$b : a = a : (a + b) \Longrightarrow a : b = (a + b) : a \Longrightarrow (a - b) : b = [(a + b) - a] : a$

$(a - b) : b : b : a \Longrightarrow a : b = b : (a - b)$

Sezione aurea

La sezione aurea è la parte di un segmento **diviso** in due parti diseguali secondo cui la parte più corta sta alla più lunga come questa sta all’intero segmento.



Costruzione della sezione aurea

Procediamo con una costruzione geometrica.

Tracciato infatti il quadrato di lato a, si individua il punto medio della base e si traccia, come in figura, il segmento c che congiunge il punto medio al vertice e che risulta essere di lunghezza pari a $\frac{\sqrt{5}}{2}a$. Con un compasso si riporta il segmento c sul prolungamento della base del quadrato individuando così il rettangolo di base $(\frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{5}}{2}a)$ e di altezza a. La parte della base del rettangolo che eccede la base del quadrato fornisce il segmento b.

Calcolo il valore dei vari segmenti così ottenuti.

$$c^2 = a^2 + \frac{1}{2}a^2 \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{c = a\ \frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$b = a\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right) \ ; \quad d = a - a\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right) \Longrightarrow d = a\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

Come si diceva la **sezione aurea o rapporto aureo** o **numero aureo** o **costante di Fidia** o **proporzione divina**, **φ (phi)** indica il numero irrazionale ***1,6180339887...***

ottenuto effettuando il rapporto fra due lunghezze disuguali delle quali la maggiore **a** è medio proporzionale tra la minore **b** e la somma delle due **a + b** che scritta come proporzione diventa:

(a+b) : a = a : b (1)

e che può essere scritta anche come uguaglianza tra due rapporti

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

Posso poi dividere **a** in due parti **b** e **d = (a – b)** e scrivo

a : b = b : (a – b) (2) che può essere scritto anche $\frac{a}{b} = \frac{b}{(a-b)} = \varphi$

Posso allore dire che la maggiore **b** è medio proporzionale tra **a**(segmento intero) e la parte minore **(a – b)**

(1) Se voglio calcolare il valore di φ : **[(a+b) : a = a : b]**

$$[a + a\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right)]/a = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \mathit{1{,}6180339887...} = \varphi$$

$$a/[a\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right)] = 1/\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right) = 1/\mathit{0{,}618033988...} = \mathit{1{,}6180339887...} = \varphi$$

(2) Per calcolare il valore di φ nel caso dell'altra proporzione **[a : b = b : (a – b)]**

$$a/[a(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2})] = 1/(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}) = 1/\mathit{0{,}618033988\ldots} = \mathit{1{,}6180339887\ldots} = \varphi$$

$$[a(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2})]/[a(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2})] \Longrightarrow \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \mathit{1{,}6180339887\ldots} = \varphi$$

Per riassumere parlo di **sezione aurea o rapporto aureo** quando divido un segmento in due parti di lunghezza differente:

se il segmento vale **a** la **sezione aurea** vale **0,618033988… a**

se la sezione aurea vale **b** il segmento intero vale **1,6180339887… b**

La **sezione aurea** è quindi un numero **irrazionale** (ossia non rappresentabile mediante rapporto di numeri interi data la presenza di $\sqrt{5}$ nel numeratore) e **algebrico** perchè soluzione di un'equazione polinomiale a coefficienti interi.

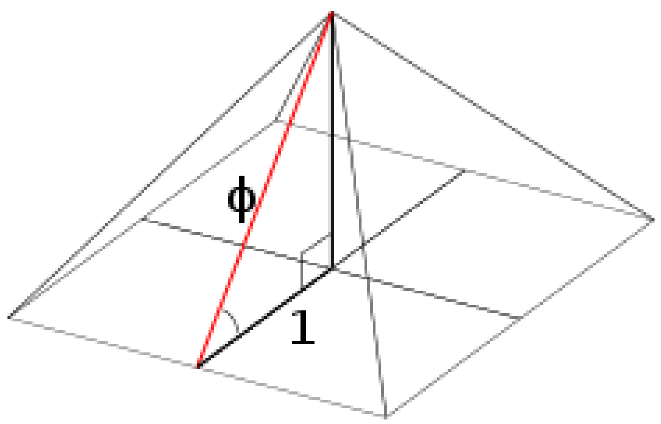
La sezione aurea in natura, nell’arte, in architettura

Questa proporzione è molto frequente in natura e viene riconosciuta come ideale di bellezza e armonia.

A livello storico vi sono diverse questioni aperte riguardo se e quali popoli, prima dei Greci, conoscessero la sezione aurea e la utilizzassero consapevolmente nelle loro opere.

Le ricerche sulla possibile conoscenza e utilizzo del rapporto aureo in epoca preellenica hanno riguardato anche gli antichi egizi, ai quali soprattutto la letteratura ottocentesca attribuiva conoscenze matematiche avanzate e le cui tracce sarebbero tutt'oggi visibili nelle vestigia di numerosi monumenti.

Il caso largamente più dibattuto riguardante l'Egitto è però la presenza della sezione aurea, e di altre proporzioni particolari, nella piramide di Cheope nella piana di Giza e unica delle *sette meraviglie* a essere giunta fino a noi intatta



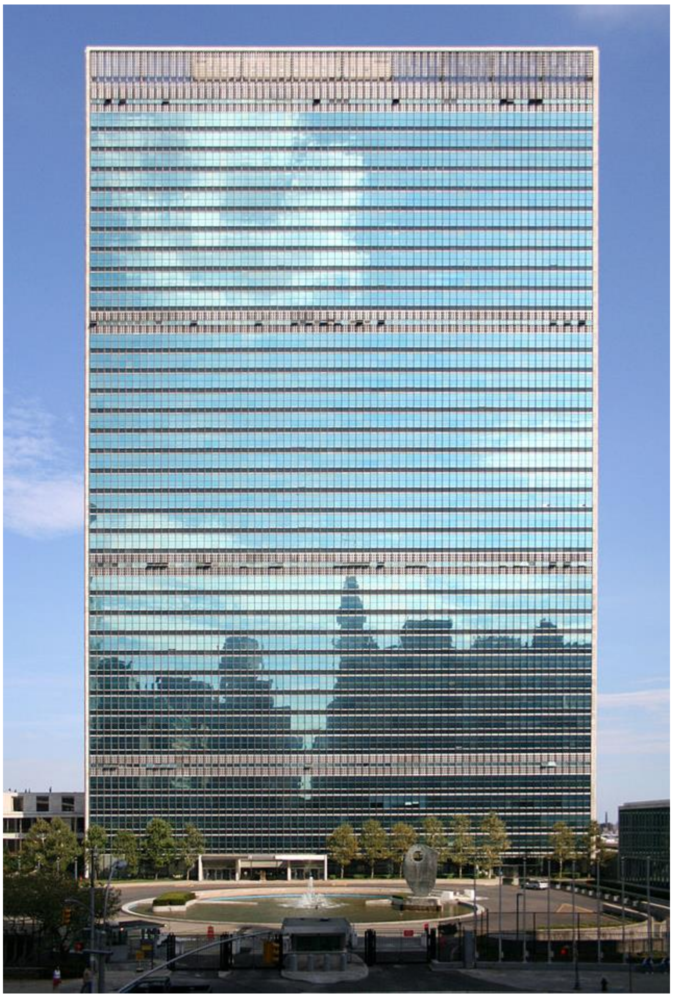
Il rapporto aureo sussisterebbe in questo caso fra il semilato della piramide e l'altezza della facciata triangolare costruibile sulla stessa, il che porterebbe a un'*inclinazione teorica* della facciata pari a 51° 49' circa. La piramide reale aveva un'altezza totale di circa 147 m e lati di 230 m, con una inclinazione della parete di 51° 50' 35", estremamente simile all'inclinazione teorica.

Si tratta anche questa volta di valore molto vicino; un tale risultato potrebbe effettivamente costituire una prova di una reale conoscenza da parte degli Egizi della sezione aurea, ma potrebbe anche essere un caso fortuito per il modo in cui è stata costruita, dato che non vi sono riferimenti espliciti negli scritti di Erodoto.

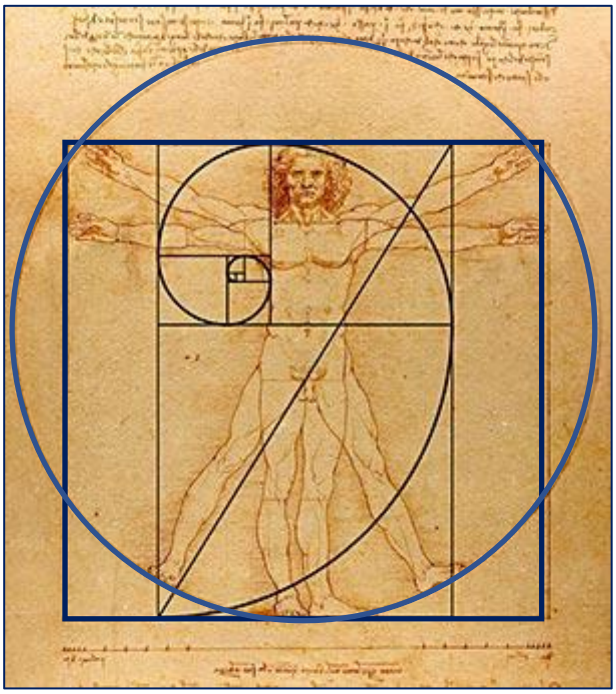
Ora, stante le svariate perplessità circa la corretta interpretazione del passo incriminato, si tratterebbe di una spiegazione alternativa all'ipotesi che essa sia stata inserita volontariamente e coscienziosamente nella piramide di Cheope.

Probabilmente pure in questo caso è da ascrivere a cause non legate alla volontà del progettista e forse perfino ignote a quest'ultimo.

Un altro esempio di utilizzo delle proporzioni auree in architettura è il Partenone di Atene: la sua facciata, infatti, si può perfettamente inscrivere in un rettangolo aureo.



Anche nella facciata del Palazzo dell'Onu a New York, al cui progetto ha partecipato l'architetto svizzero Le Corbusier (1887-1965), si trovano rettangoli aurei.



In anatomia si trova la sezione aurea nel rapporto tra l'altezza di un individuo e la distanza del suo ombelico da terra.

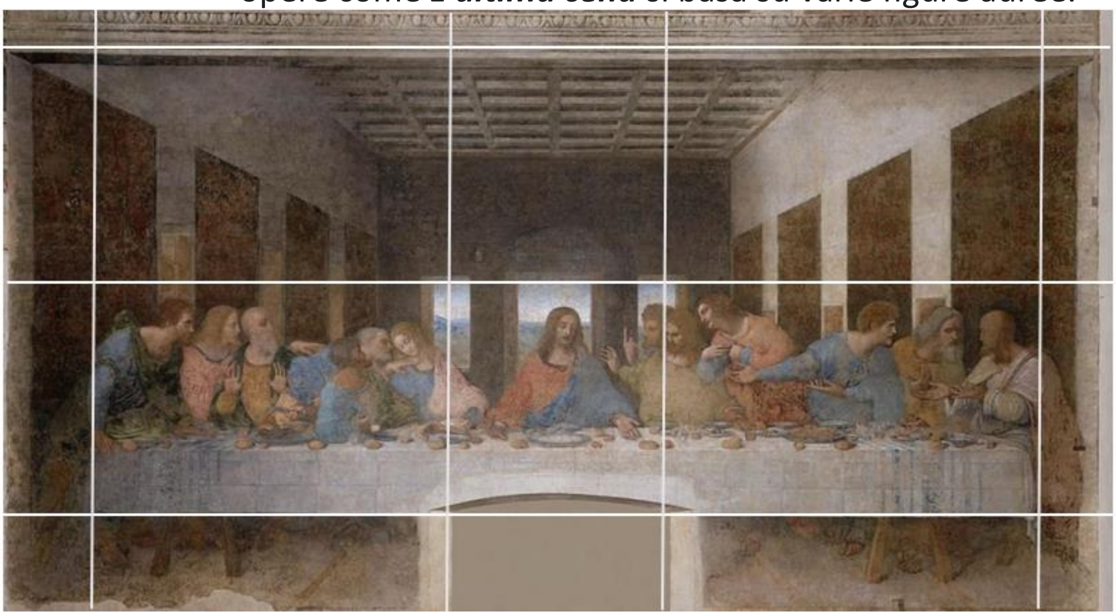
Vitruvio nei suoi studi riguardo la bellezza sostiene che l'altezza è uguale all'apertura delle braccia e che un uomo sdraiato allargando braccia e gambe descrive un cerchio. Leonardo trovò che le due figure dovevano avere centri differenti. I genitali centro del quadrato, l'ombelico centro del cerchio.

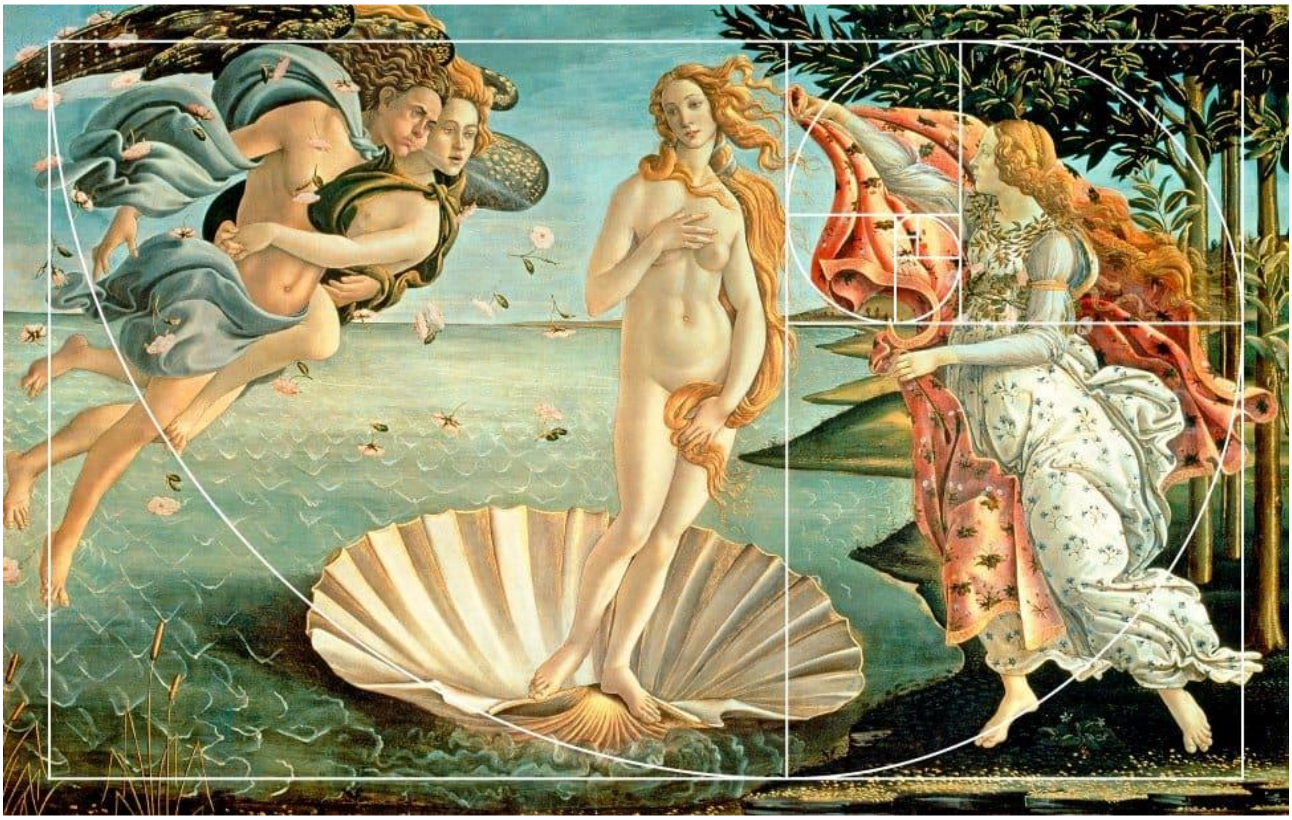
In questo modo le proporzioni ideali del corpo umano soddisfano il rapporto aureo tra lato del quadrato e raggio del cerchio.

Nelle opere d'arte viene spesso usato il rettangolo aureo, la cui base è la sezione aurea dell'altezza.

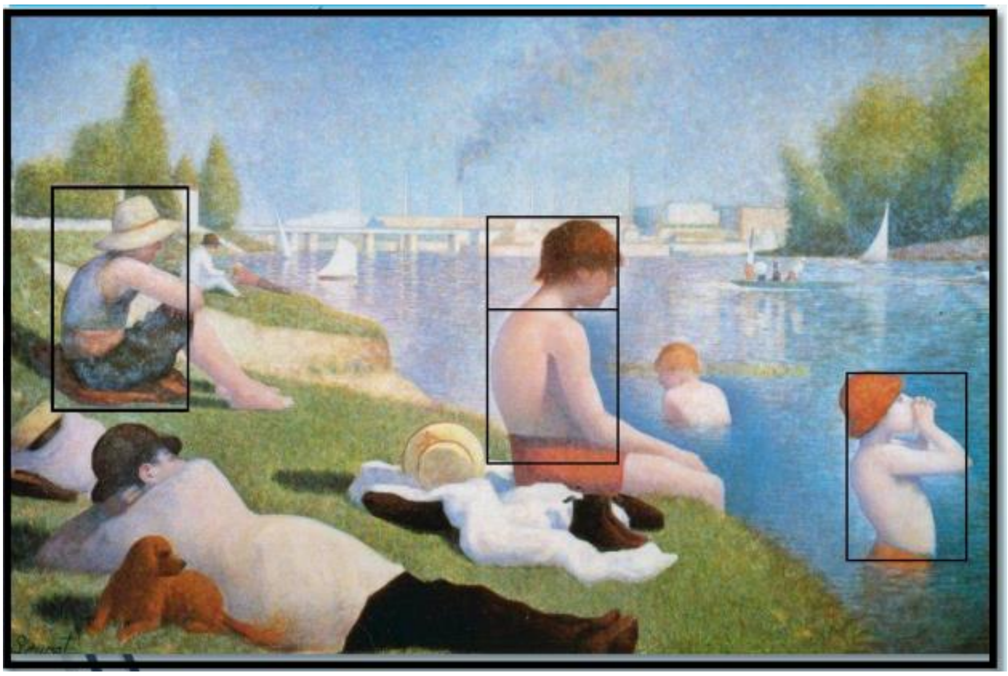
Nella Gioconda di Leonardo il rapporto aureo è stato individuato nella disposizione dei lineamenti del viso, nell'area che va dal collo a sopra le mani e in quella che va dalla scollatura dell'abito fino a sotto le mani.

Pur non avendo testimonianze dirette sull'uso della proporzione aurea da parte di Leonardo, la composizione di opere come ***L'ultima cena*** si basa su varie figure auree.

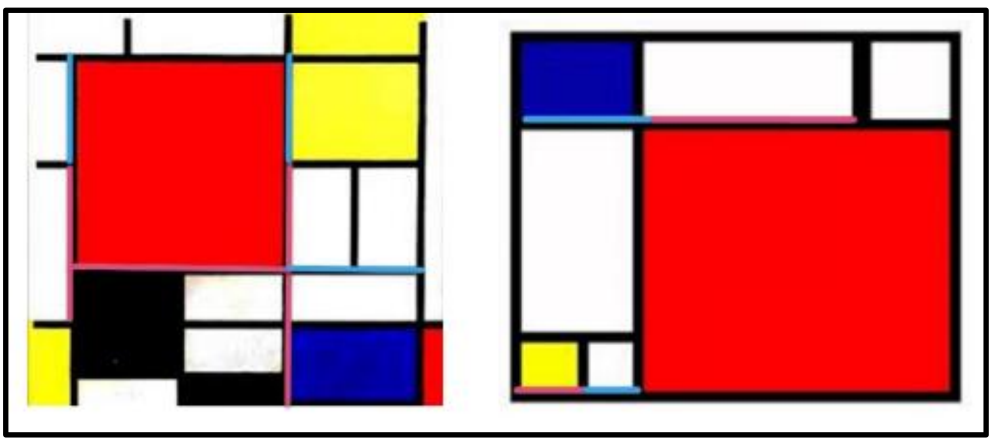




Ne ***La Primavera*** del Botticelli compare la proporzione aurea.



La tela ***Une bagnade à Asnières*** di Georges Seurat è un riquadro aureo. Alcuni elementi che la compongono sono a loro volta inseriti in riquadri aurei.

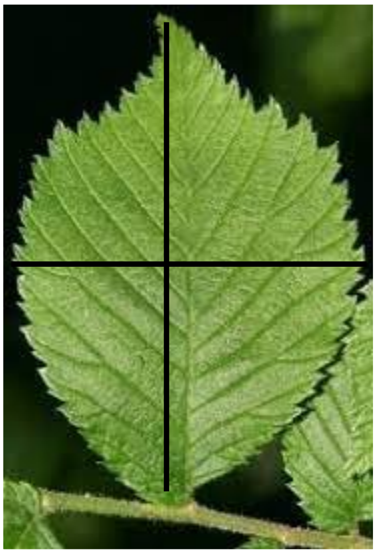


In questo quadro di Piet Mondrian è visibile la sua impostazione artistica che basa l'intero dipinto sull'accostamento di quadrati e rettangoli aurei.

Nel regno vegetale, le foglie sui rami e i rami lungo il tronco tendono a occupare posizioni che rendono massima l'esposizione al sole, all'aria e alla pioggia. Perciò un fusto verticale produce foglie e rami secondo schemi regolari. La successione delle foglie e dei rami ha una componente rotatoria, che a mano a mano che procede verso l'alto traccia intorno al fusto un'elica immaginaria.

Schemi simili sono formati anche dalle squame delle pigne e dai semi di girasole. Questo fenomeno ha il nome scientifico di **fillotassi**.

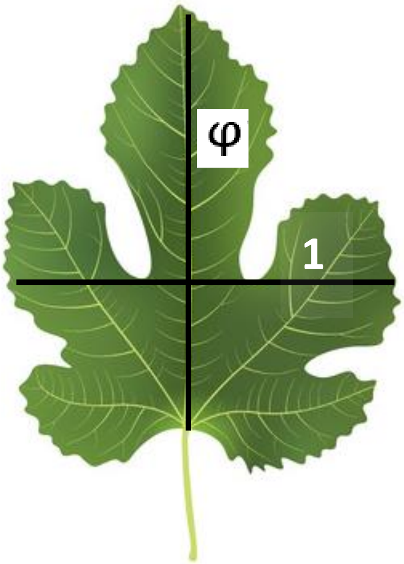
Alcuni esempi di sezione aurea in natura.



φ

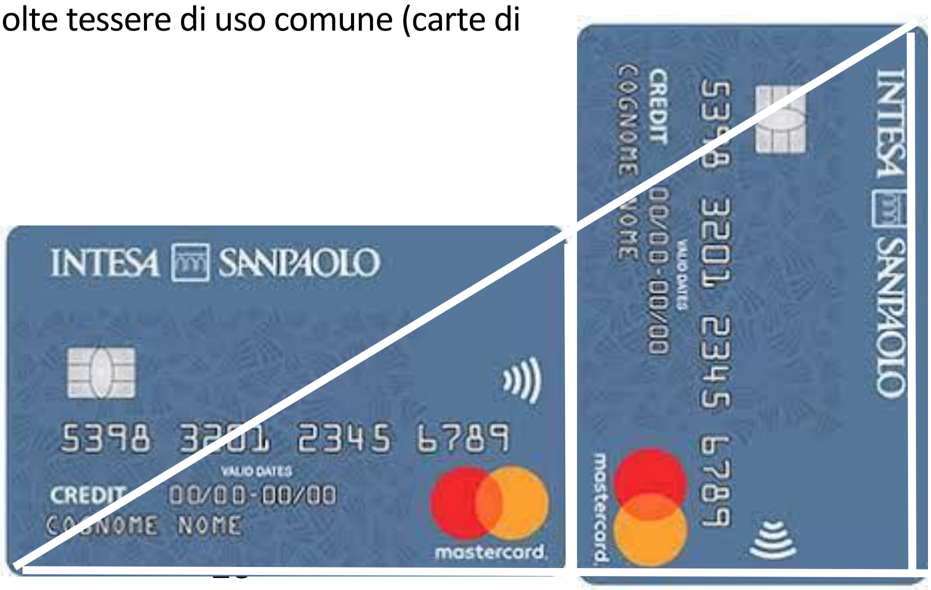
1

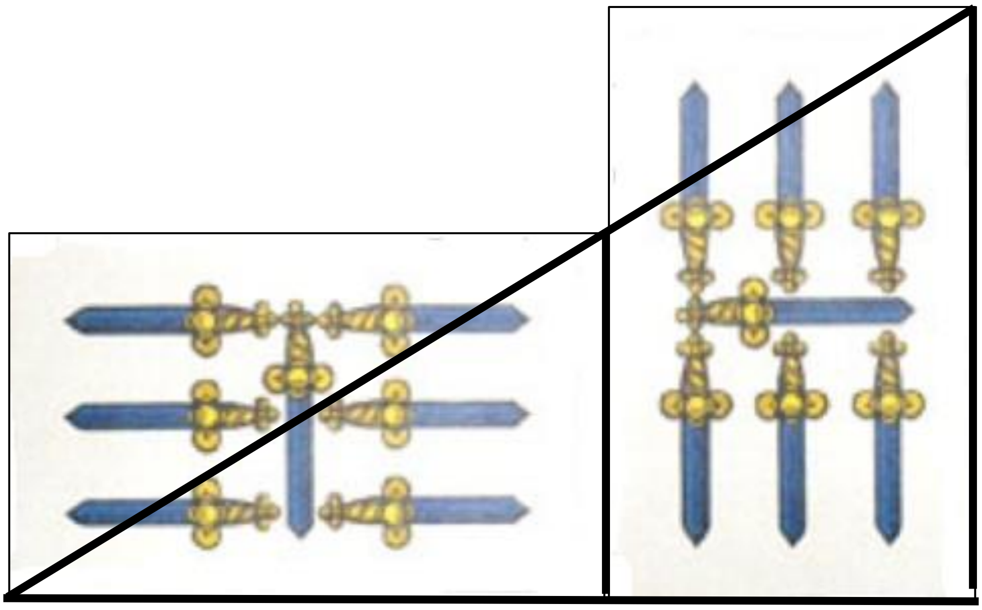
Olmo montano



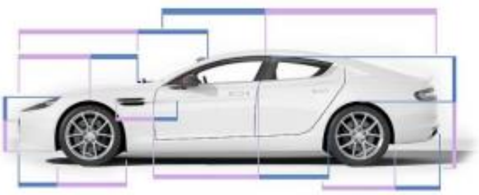
Fico comune

Per concludere sono rettangoli aurei persino le carte da gioco napoletane e con esse molte tessere di uso comune (carte di credito, bancomat ecc).



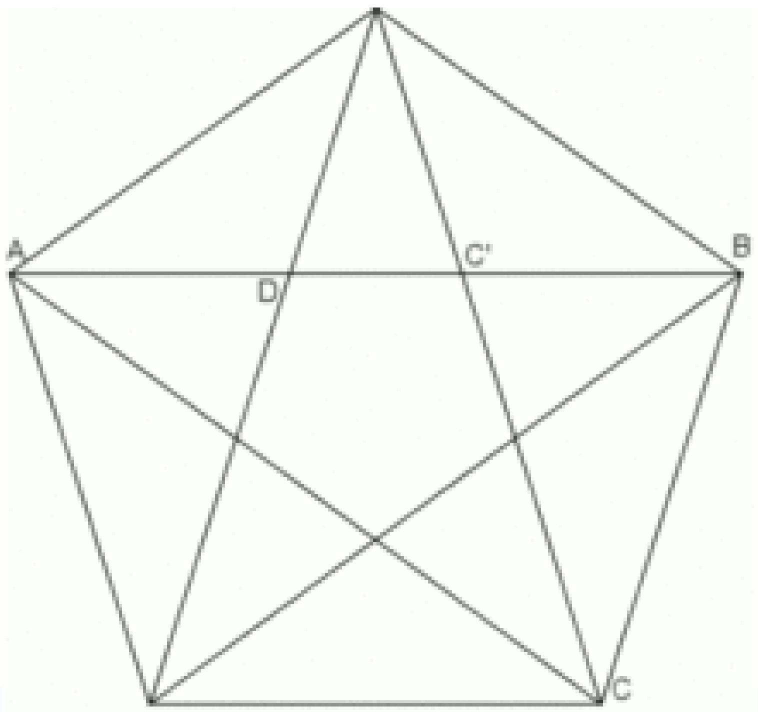


La sezione aurea è presente anche nel design:



Aston Martin di James Bond

Il pentagono e le sue diagonali



La definizione del rapporto aureo viene fissata attorno al VI secolo a.C., per opera della scuola pitagorica (i discepoli e seguaci di Pitagora), nell'Italia meridionale, dove sembra essere stato scoperto da Ippaso di Metaponto, che associò a esso il concetto di *incommensurabilità*.

La definizione di rapporto aureo viene ricondotta anche allo studio del pentagono regolare; il pentagono è un poligono a 5 lati nel cui numero i pitagorici scorsero l'unione del principio maschile e femminile (rispettivamente nella somma del 2 col 3), tanto da considerarlo il numero dell'amore e del matrimonio.

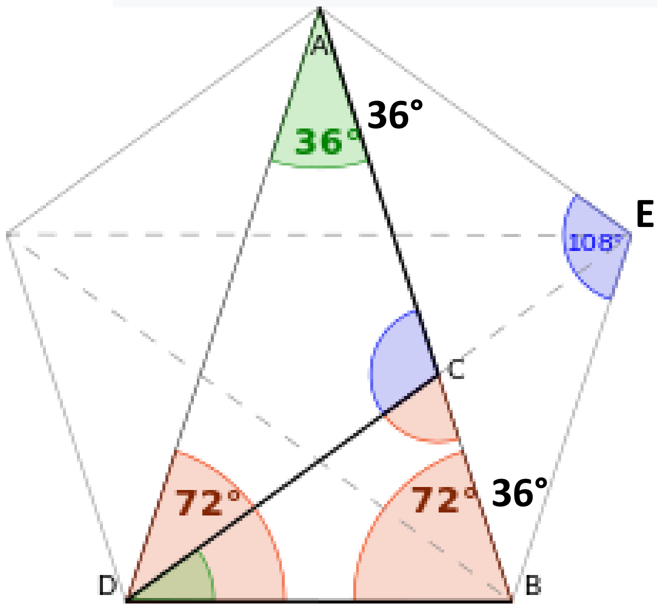
L'aura magica che i pitagorici associavano al numero 5, e a tutto ciò che vi fosse legato, risultava legata anche a considerazioni di tipo astrologico, in particolare al pianeta Venere, che nel suo percorso tra la Terra e il Sole disegna in effetti una stella a cinque punte.

La sezione aurea risulta peraltro strettamente connessa con la geometria del pentagono: in particolare il rapporto aureo è pari al rapporto fra la diagonale AB e il lato BC ma anche fra AB e BD (questo perché in un pentagono regolare il segmento maggiore delimitato dal vertice del pentagono e dall'intersezione con un'altra diagonale è congruente al lato).

Questa caratteristica si ripete in un'infinità di relazioni simili, se immaginiamo che nel pentagono centrale possiamo iscrivere una nuova stella a cinque punte (o pentagramma), la quale produrrà a sua volta un nuovo pentagono centrale, in cui ripetere l'iscrizione del pentagramma e così via, seguendo uno schema ricorsivo.

Euclide, intorno al 300 a.C., lasciò la più antica testimonianza scritta sull'argomento. Nel XIII libro dei suoi *Elementi*, a proposito della costruzione del pentagono, egli fornisce la definizione di divisione di un segmento in *ultima e media ragione* (gr. *ἄκρος καὶ μέσος λόγος*):

Divisione di un segmento in "*media e ultima ragione*".



La divisione di un segmento *in media e ultima ragione* può essere effettuata costruendo un pentagono regolare, del quale rappresenta una diagonale e disegnandovi all'interno un triangolo aureo , ossia un triangolo isoscele la cui base corrisponde al lato del pentagono e i lati uguali alle diagonali congiungenti quest'ultimo al vertice opposto.

Ricordiamo che la somma degli angoli interni in un poligono vale **(n -2) 180°**, dove **n** rappresenta il numero di lati, nel caso del pentagono quindi 540°, per cui L'ampiezza dell'angolo interno del pentagono regolare è di 108°, ciò significa che gli angoli alla base nel triangolo isoscele ABE misurano (180°-108°) /2 = 36°, e, per differenza, quelli alla base del triangolo aureo 72°. Se ne ricava che il triangolo aureo ha angoli di ampiezza 36°, 72°, 72°; tracciando la bisettrice di un angolo alla base, si ricava un altro triangolo in cui C risulta un altro vertice.

Compaiono così una serie di triangoli simili per i quali applicando i criteri di similitudine e ponendo AC = a, CB = b possiamo scrivere (a+b) : a = a: b

Da questa proporzione, opportunamente elaborata, risulta che

AB/AC = 1,618033   AC/CB = 1,61803   ma anche AC/AB = 0,618033.

Ho così giustificato la modalità di costruzione del segmento aureo.

Per concludere ne **La sacra famiglia (Tondo Doni)** il pentagono è il modello compositivo.

Città più belle del mondo, quali sono?

La classifica secondo la "regola aurea": Roma quinta. Vince Chester, in Gran Bretagna.

Lo studio ha analizzato le foto frontali di migliaia di edifici e strade iconiche in tutto il mondo.

Attraverso il metodo del "rapporto aureo" (o sezione aurea) la scienza ha stabilito che la città più bella del mondo è Chester, nel nord-ovest dell'Inghilterra, nella contea di Cheshire. La cittadina ha la più alta percentuale di edifici (83,7%) che si allineano con le leggi del "rapporto aureo".

Utilizzando la "sezione aurea" come guida, i ricercatori hanno stilato una classifica delle città più belle del mondo, con Venezia al secondo posto. Il capoluogo veneto ha un "punteggio" dell'83,3%.

Sul gradino più basso del podio si piazza Londra (83%). Seguono Belfast (82,9%) e Roma che, scivola al quinto posto con l'82%. Oltre oceano, andando negli Stati Uniti la città con il punteggio più alto è New York, che nella classifica generale si piazza al 18° posto con un punteggio del 77,7%

Il Messaggero 3 agosto2022

Leonardo Pisano, detto Fibonacci.

Il più grande matematico europeo del Medioevo fu Leonardo da Pisa più noto come Fibonacci o figlio di Bonaccio.

Nacque a Pisa, ma fu a Bona in Algeria dove suo padre era funzionario di un ufficio commerciale che apprese le prime nozioni matematiche da precettori musulmani.

Egli riconobbe subito l'enorme superiorità del sistema decimale indo arabico, basato sulla notazione posizionale nei confronti del poco pratico sistema romano ancora in uso e sull'uso dello zero. A questo proposito dovendo tradurre la parola ***sifr*** che significa vuoto e che designava lo zero. Fibonacci usò la parola latina che più somigliasse come suono e scrisse quindi ***zephyrus***, da cui ***zevero*** e successivamente ***zero***. Dalla parola araba ***sifr*** deriva anche la parola ***cifra***.

Viaggiò in Egitto, in Siria e in Grecia e in breve tempo divenne competente in aritmetica, e non solo nelle applicazioni relative alla tenuta dei bilanci e dei registri commerciali, e in geometria.

Fu particolarmente legato alla corte di Federico II ed intimo dell'imperatore, che spesso lo volle presso di sé e che si avvalse di lui per la risoluzione di quesiti.

Scrisse il ***Liber Abaci*** e fu tra gli autori che più contribuirono alla diffusione dell'algoritmo dell'aritmetica araba in Europa occidentale. Anche Federico II, alla cui corte Fibonacci consegnò una nuova edizione del ***Libro Abaci*** nel 1228, lesse il libro. ma a quel tempo l'uso delle cifre arabe si era già diffuso in Italia, tant'è vero. che un notaio genovese le aveva adottate pochi anni dopo l'uscita del primo trattato di Fibonacci.

Il ***Liber Abaci*** scritto nel 1202, pervenutaci in un'edizione del 1228, si apre con un con un'idea caratteristica del pensiero medievale, sia islamico che cristiano, e cioè che l'aritmetica. e la geometria fossero connesse tra di loro. In esso si poneva l'attenzione più sui numeri che sulla geometria. Vengono descritte le 9 figure indiane assieme al segno dello zero, descrizione che svolge un ruolo importante nella trasmissione della cultura matematica, anche se non fu la prima e non fu la sola. Il libro ha un titolo inesatto in quanto non tratta dell'abaco ma discute in modo esauriente metodi e strumenti algebrici.

L'Aritmetica osserva la gara tra Boezio che calcola usando i numeri indoarabici, e Pitagora che usa per i calcoli l'abaco. Gregor Reisch (1467 - 1525)

Il testo non è molto appassionante per il lettore moderno e presenta pure delle carenze.

Non tratta, ad esempio, l'applicabilità della notazione posizionale nel calcolo delle frazioni.

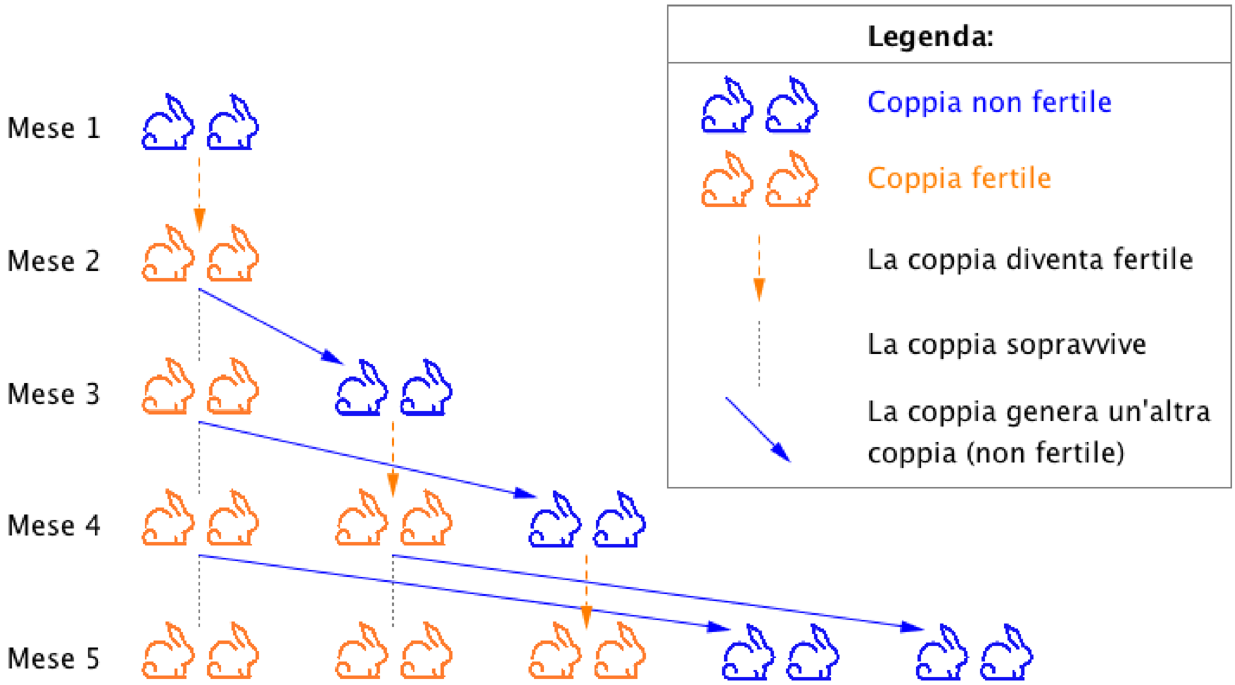
In esso, però sono sostenuti i pregi della notazione indo arabica e, per quanto destasse scarso interesse nei mercanti italiani del tempo, ebbe un'influenza decisiva nell'introduzione in Occidente del sistema Indo Arabico.

La successione. di Fibonacci.

Fibonacci, che pur diede validi contributi alla matematica, oggi è ricordato soprattutto perché nel XIX secolo il matematico Edward Lucas chiamò con il suo nome una **successione** che si presenta in un problema del ***Liber Abaci.***

Il quesito è il seguente.

Quante coppie di conigli verranno prodotte in un anno, a partire da un'unica coppia, se ogni mese ciascuna coppia dà alla luce una nuova coppia maschio-femmina che diventa fertile a partire dal secondo mese e senza che nessuno dei conigli muoia.



Alla fine dei 12 mesi le coppie saranno 377.

Questo problema diede origine alla serie di Fibonacci

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,……..f_n ………

Ciascun termine, dopo i primi due, è la somma dei due termini immediatamente precedenti: $\mathbf{f_n = f_{n-1} + f_{n-2}}$

La successione di Fibonacci

Osservando la geometria di piante, fiori o frutti, è facile riconoscere la presenza di strutture e forme ricorrenti. La successione di Fibonacci, ad esempio, svolge un ruolo fondamentale nella fillotassi, che studia la disposizione delle foglie, dei rami, dei fiori o dei semi nelle piante, con lo scopo principale di evidenziare l'esistenza di modelli regolari. Le varie disposizioni degli elementi naturali seguono regolarità matematiche sorprendenti: D'Arcy Thompson osservò che il regno vegetale ha una curiosa preferenza per particolari numeri e per certe geometrie spirali, e che tali numeri e geometrie sono strettamente connessi. Possiamo facilmente ritrovare i numeri della successione di Fibonacci nelle spirali formate dai singoli fiori nelle infiorescenze composte di margherite, girasoli, cavolfiori e broccoli

Fu Keplero a rilevare che su molti tipi di alberi le foglie sono allineate secondo uno schema che comprende due numeri di Fibonacci. Partendo da una foglia qualunque, dopo uno, due, tre o cinque giri dalla spirale si trova sempre una foglia allineata con la prima e a seconda delle specie, questa sarà la seconda, la terza, la quinta, l'ottava o la tredicesima foglia.

Un altro semplice esempio in cui è possibile ritrovare la successione di Fibonacci in natura è dato dal numero di petali dei fiori. La maggior parte ne ha tre (come gigli e iris), cinque (parnassia, rosa canina), oppure otto (cosmea), 13 (alcune margherite), 21 (cicoria), 34, 55 o 89 (asteracee). Questi numeri fanno parte della celebre successione di Fibonacci.

Come abbiamo gia visto nel corpo umano il rapporto fra le lunghezze delle falangi del dito medio e anulare di un uomo adulto è aureo, come anche il rapporto tra la lunghezza del braccio e l'avambraccio, e tra la lunghezza della gamba e la sua parte inferiore.

La musica classica ha fatto spesso uso della sequenza di Fibonacci, come nelle fughe di Bach, nelle sonate di Mozart, nella Quinta di Beethoven, ecc.

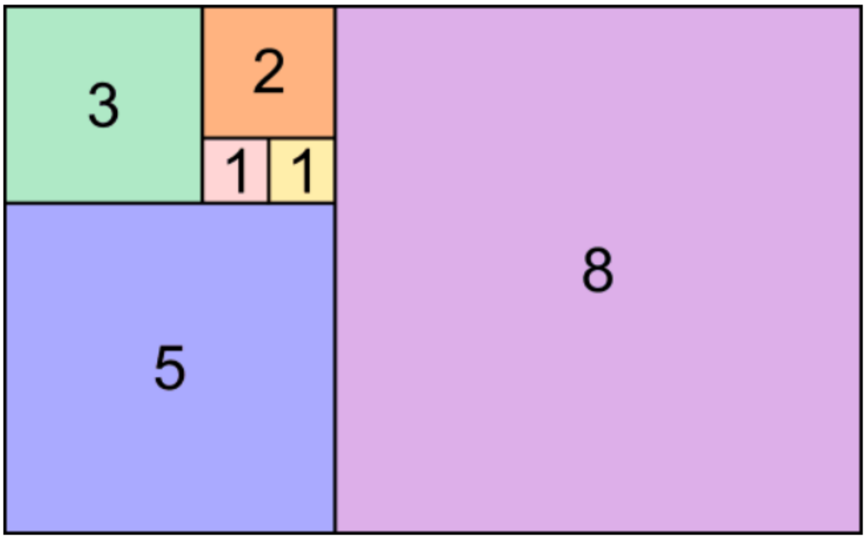
Insomma, il rapporto 0.618 o il suo inverso 1.618 sono simbolo dell’armonia delle costruzioni dell’uomo e la sequenza da cui deriva può regalare assonanze e melodie sublimi.

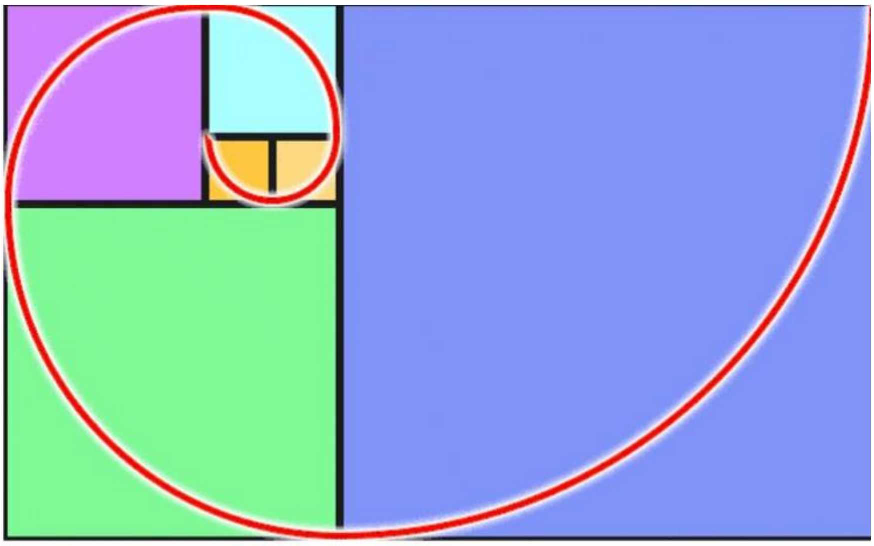
I numeri di Fibonacci sono stati usati in alcune opere d'arte.

Se si disegna un rettangolo con i lati in rapporto aureo fra di loro, lo si può dividere in un quadrato e un altro rettangolo, simile a quello grande nel senso che anche i suoi lati stanno fra loro nel rapporto aureo.

A questo punto il rettangolo minore può essere diviso in un quadrato e un rettangolo che ha pure i lati in rapporto aureo, e così via.

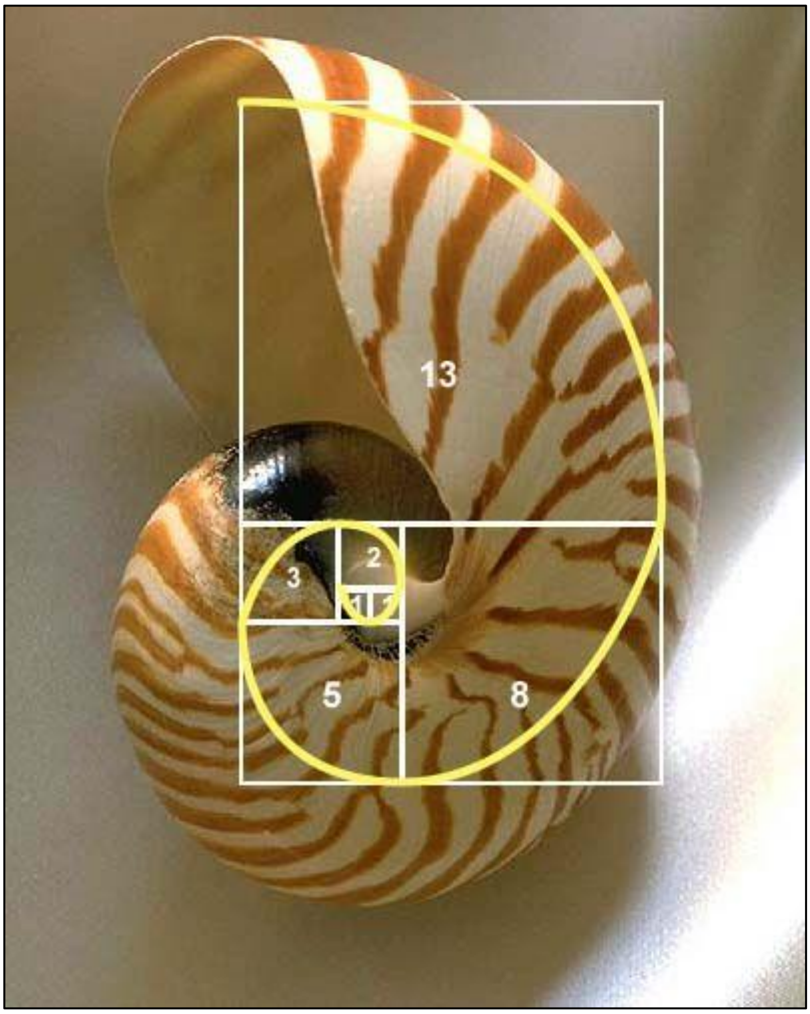
La curva che passa per vertici consecutivi di questa successione di rettangoli è una spirale che troviamo spesso nelle conchiglie e nella disposizione dei semi del girasole sopra descritta e delle foglie su un ramo, oltre che negli alveari delle api.





La spirale di Fibonacci, creata mediante l'unione di quadrati con i lati equivalenti ai numeri della successione di Fibonacci.

Si costruisce un rettangolo aureo a partire dalla successione di Fibonacci affiancando tanti quadrati ognuno dei quali ha per lato uno dei valori di tale successione.

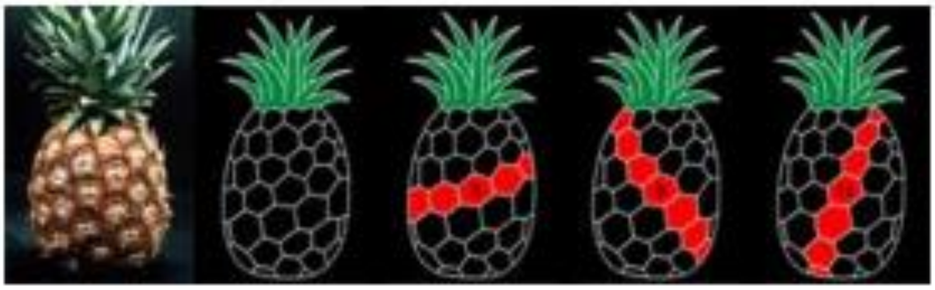


La struttura calcarea del Nautilus presenta una fantastica struttura a spirale che segue il principio matematico di Fibonacci e si fonda sul concetto di numero aureo.

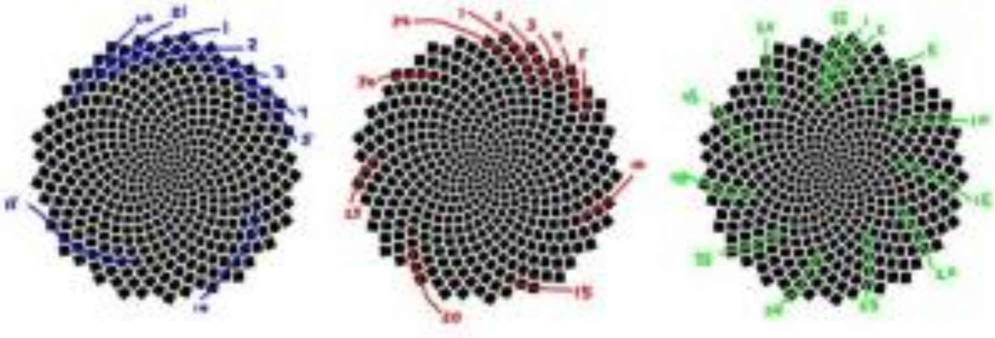
LA SEZIONE AUREA IN NATURA

Nel regno vegetale, le foglie sui rami e i rami lungo il tronco tendono a occupare posizioni che rendono massima l'esposizione al sole, all'aria e alla pioggia. Perciò un fusto verticale produce foglie e rami secondo schemi regolari. La successione delle foglie e dei rami ha una componente rotatoria, che a mano a mano che procede verso l'alto traccia intorno al fusto un'elica immaginaria. Schemi simili sono formati anche dalle squame delle pigne e dai semi di girasole. Questo fenomeno ha il nome scientifico di fillotassi, dal greco disposizione delle foglie.

L'ananas è un magnifico esempio di fillotassi basata sui numeri di Fibonacci. Ognuna delle squame esagonali che rivestono il frutto appartiene a tre diverse spirali. La maggior parte degli ananas presentano sulla superficie 5, 8, 13 o 21 spirali via via sempre più ripide di squame. E tuti questi numeri di spirali sono numeri di Fibonacci.



Anche in un girasole è facile notare, al centro dell'infiorescenza, l'insieme di spirali orarie e antiorarie che si intersecano. Il numero di spirali dipende dalle dimensioni del girasole. Nel caso più comune ci sono 34 spirali avvolte in un senso e 55 avvolte nel senso opposto. Sono stati anche però osservati girasoli con 89 spirali in un senso e 55 nell'altro e addirittura di 144 e 89 e 233 e 144.



La comparsa di numeri di Fibonacci consecutivi è stata notata poi nelle disposizioni a spirale delle squame delle pigne d'abete o nel cavolo romano. Anche la corolla della rosa è collegata al rapporto aureo e la maggior parte delle margherite di campo hanno 13, 21 o 34 petali, che riflettono il numero di spirali in ogni famiglia.

Una interessante applicazione sia del rapporto aureo sia della serie di Fibonacci si trova nel **Modulor.**

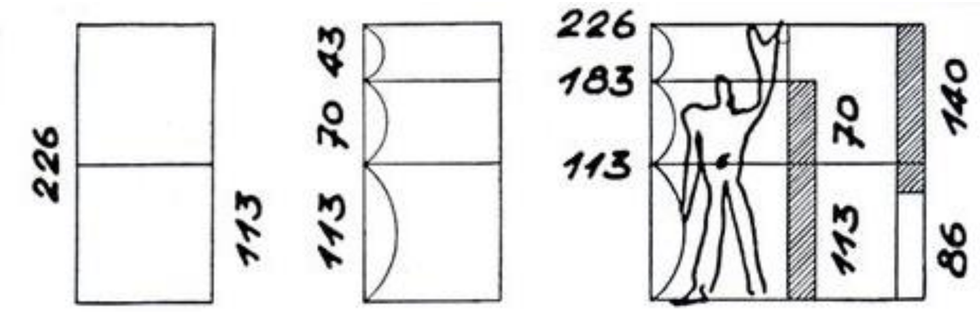
L'architetto svizzero-francese Le Corbusier individuò una griglia che propose, nel 1949, come sistema da utilizzare per dimensionare sia gli edifici che gli arredi interni: il ***Modulor***, una scala di proporzioni basate sulle misure dell'uomo come linea guida di un'architettura a misura d'uomo.

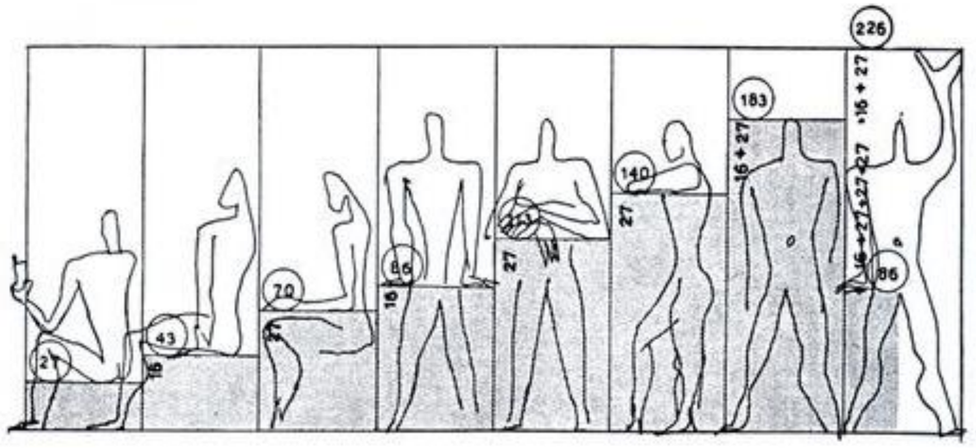
Il Modulor è spiegato in termini matematici in cinque punti: uno dei quali dice che: *la figura umana a braccia alzate fornisce tre misure:* ***113, 70, 43*** *cm. Queste misure corrispondono rispettivamente, in un uomo di media statura, all'altezza dell'ombelico da terra, alla distanza tra l'ombelico e la sommità della testa, alla distanza tra la sommità della testa e la punta delle dita della mano alzata, mentre la misura 113 è l'altezza dell'ombelico da terra; 183 l'altezza dell'uomo medio e 226 l'altezza dell'uomo col braccio alzato*.

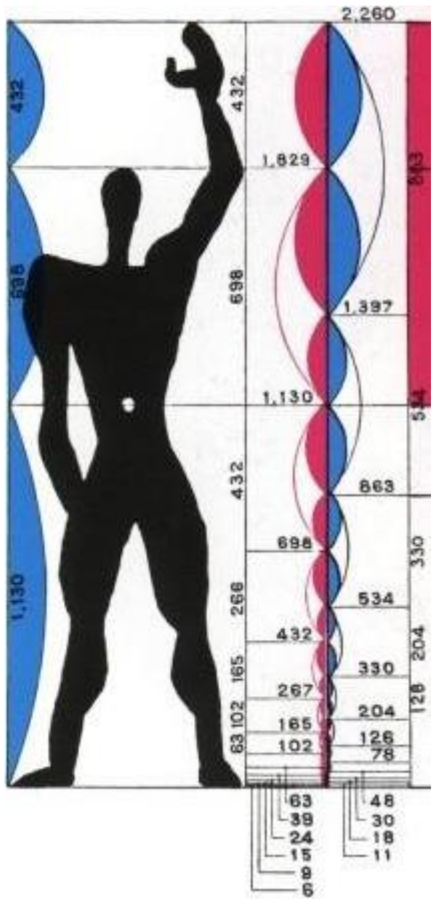
Eseguendo poi i rapporti **113/70 = 1.61428571429** **70/43 = 1.62790697674**

Questi rapporti quindi approssimano bene **il rapporto aureo** φ ***= 1,6180339887…***

Le altre misure inoltre rispettano la serie di Fibonacci.







Alcune proprietà della serie di Fibonacci

Fibonacci non indagò sulle proprietà della sua serie e si dovette attendere fino al XIX secolo per vederle studiate. Ancora oggi vengono approfondite e in tutto ciò è fondamentale l'utilizzo del computer.

Ecco alcune proprietà

- Il quadrato di un numero **f** differisce di **1** dal prodotto del numero che lo precede con quello che lo segue $\mathbf{f^2_n = f_{n-1} \times \mathit{f}_{n+1} - 1}$
- La somma dei quadrati di due numeri **f** successivi $\mathbf{f^2_n}$ e $\mathbf{f^2_{n+1}}$ $\mathbf{f^2}_{\mathbf{2n+1}}$
- Se **A, B, C, D** sono quattro numeri di Fibonacci consecutivi vale la relazione

  $\mathbf{C^2 - B^2 = A \times D}$
- Il rapporto tra due numeri **f** consecutivi è alternativamente maggiore e minore del rapporto aureo $\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$ = 0,61803…..e al procedere della successione il rapporto tende al rapporto aureo.