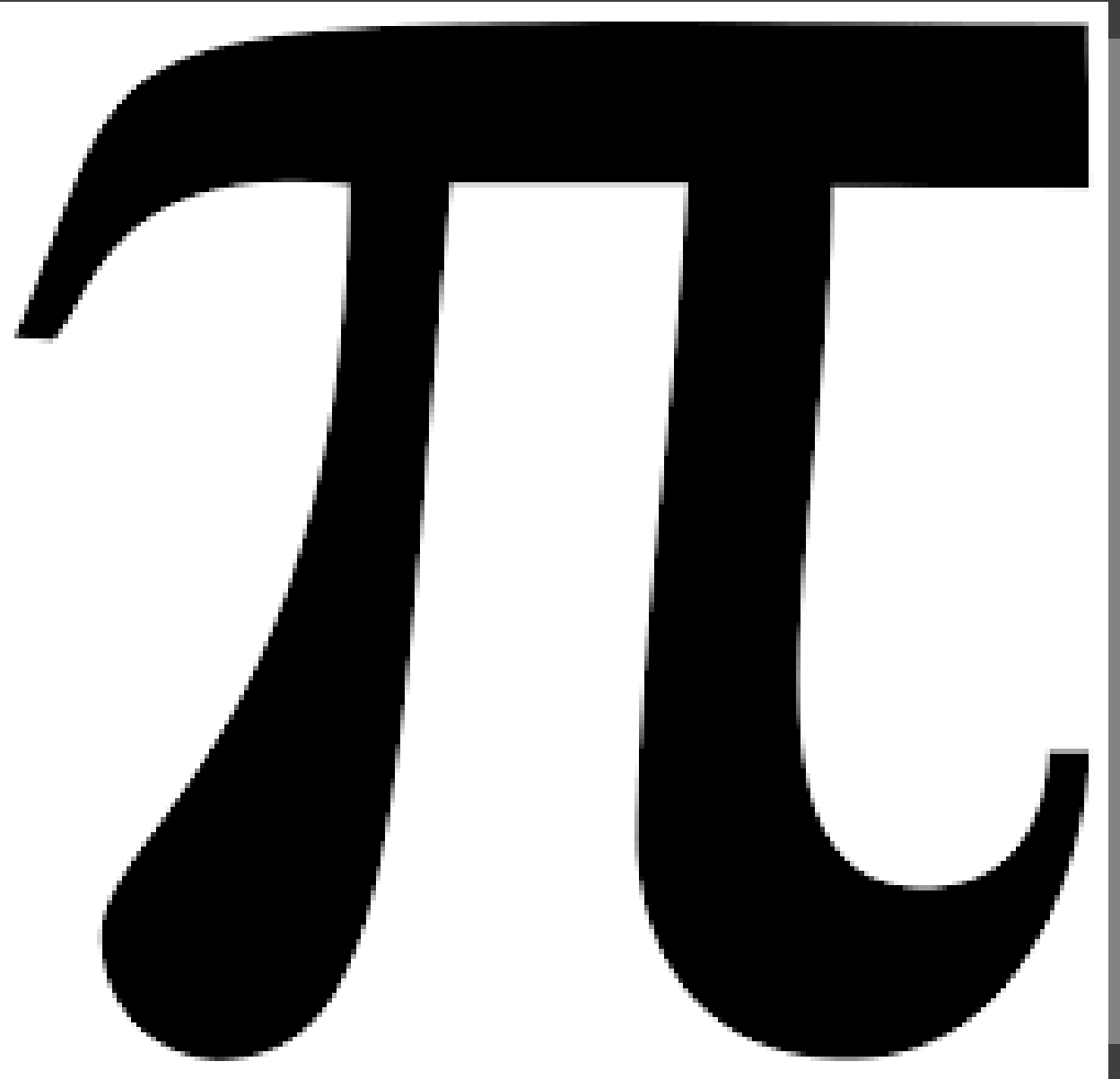
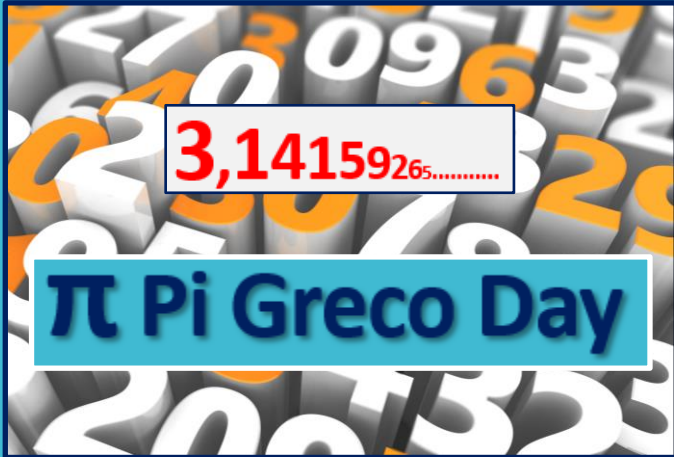


Il pigreco e la sua storia





Anche quest'anno il 14 marzo si è festeggiato il **Pi Greco Day**.

Perché si festeggia il Pi Greco Day?

L'obiettivo è quello di promuovere la cultura scientifica ed avvicinare un pubblico più ampio, anche non specialistico, ai numeri attraverso momenti divulgativi, conferenze teatralizzate, laboratori ed attività didattiche per le scuole.

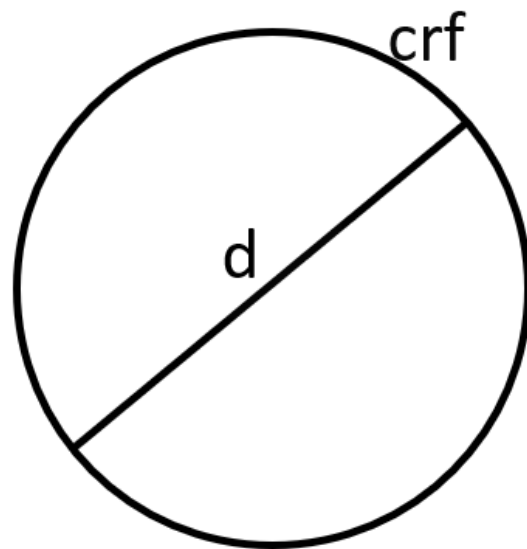
Perché proprio il 14 marzo?

Perché la data secondo la notazione anglosassone si scrive 3 14 che è il valore di Pi greco π , valore che probabilmente ci ricordiamo da scuola e inoltre la data coincide con il compleanno di Albert Einstein.

π :
cosa rappresenta

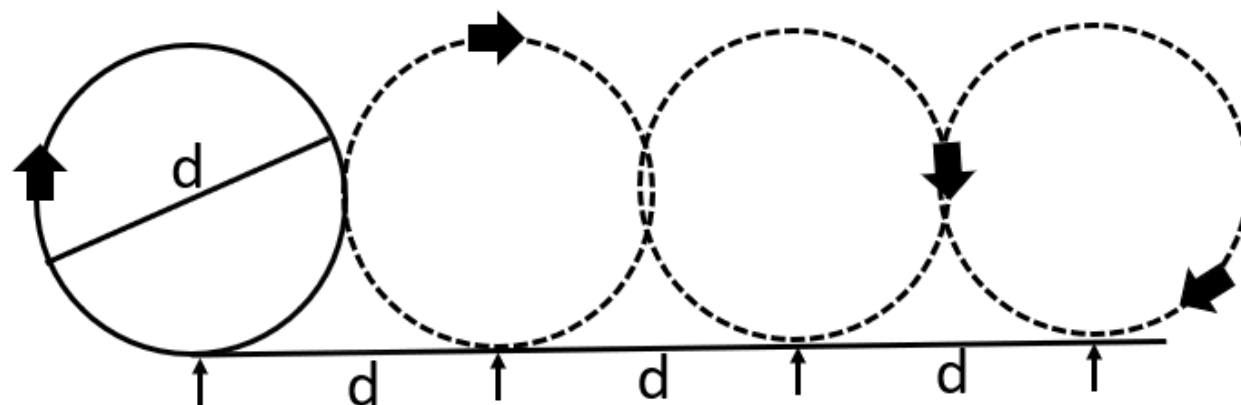
π

$$\frac{crf}{d} = \pi$$

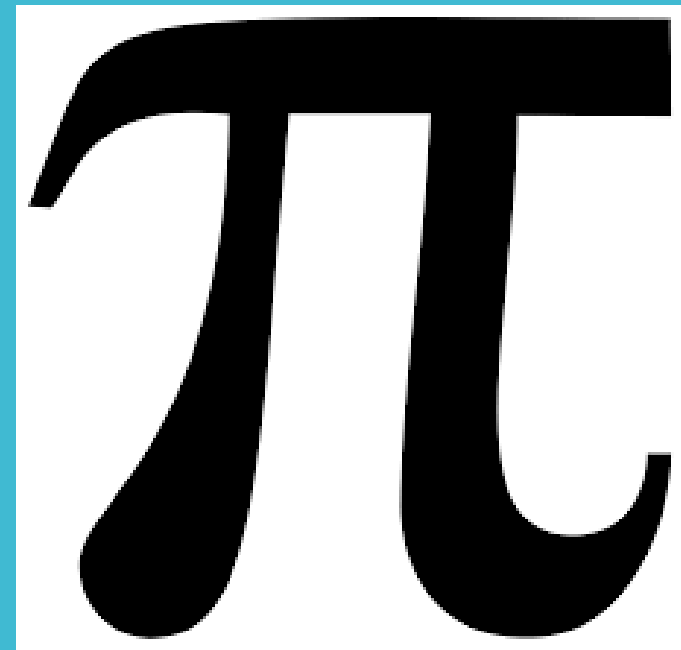


π indica il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il suo diametro.

Il suo valore: **$\pi = 3,14$**

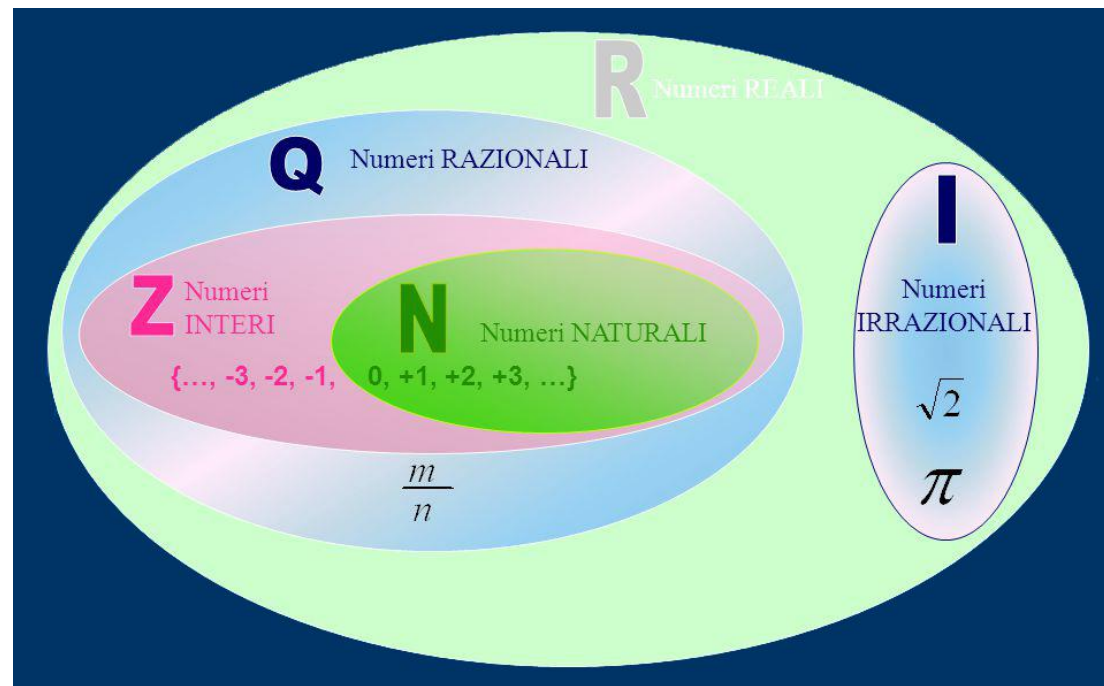


π : cos'è



π è un numero irrazionale trascendente

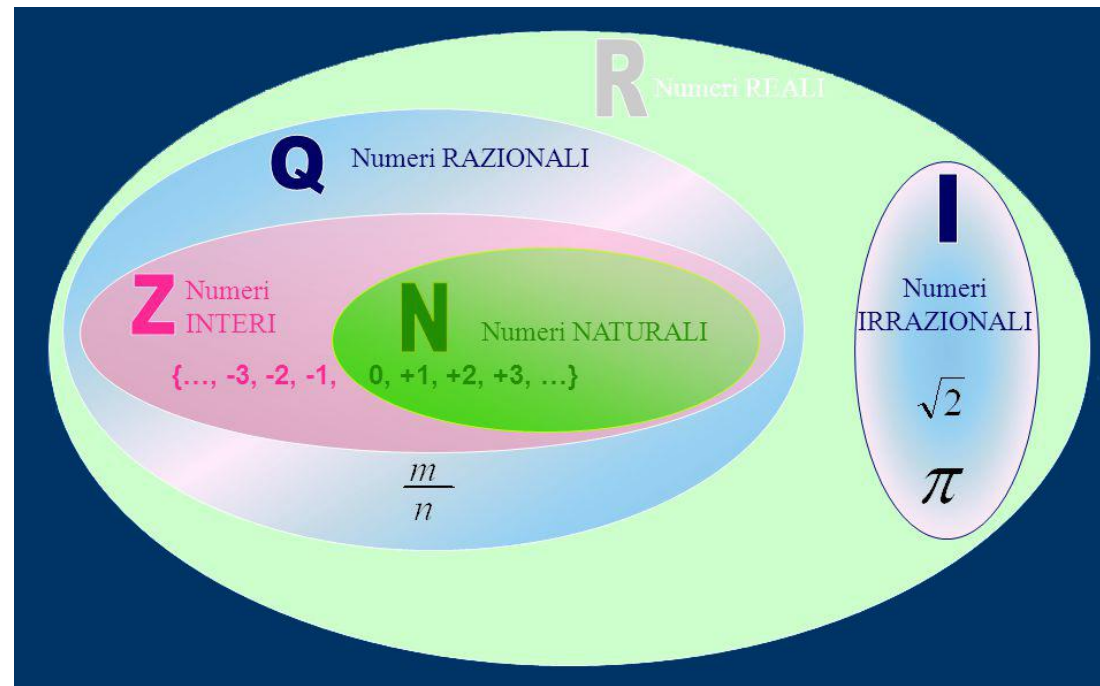
Estensione dei campi numerici



Dai numeri naturali, $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ creati dall'uomo per contare (senza alcun riferimento alle caratteristiche individuali degli oggetti contati) con successive estensioni siamo passati ai numeri relativi $Z = \{\dots, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$, ai numeri razionali (frazioni e numeri decimali)

$$Q = \left\{ x = \pm \frac{m}{n} \mid m, n \in N, n \neq 0 \right\}$$

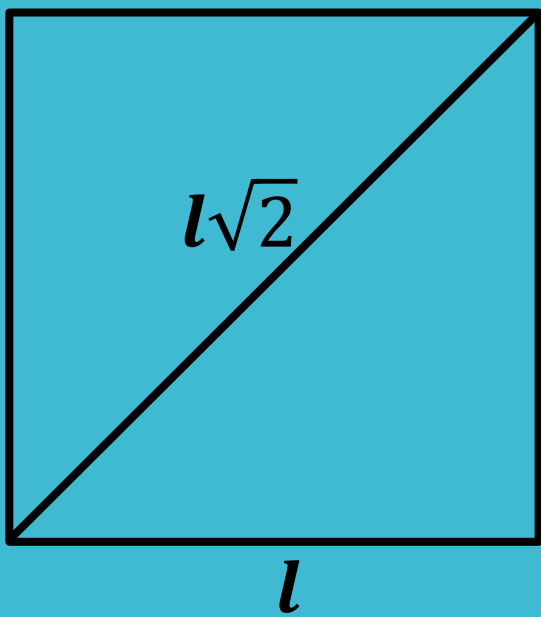
Estensione dei campi numerici



L'estensione si è resa necessaria per descrivere grandezze con estensione in due versi opposti (es. temperatura e altitudine) e per misurare delle quantità, come lunghezze, aree, pesi, tempi, grandezze suddivisibili in parti "piccole quanto si vuole".

Un altro motivo per l'ampliamento degli insiemi numerici nasce dalla necessità di dare sempre significato al risultato delle operazioni inverse sottrazione e divisione.

I numeri irrazionali

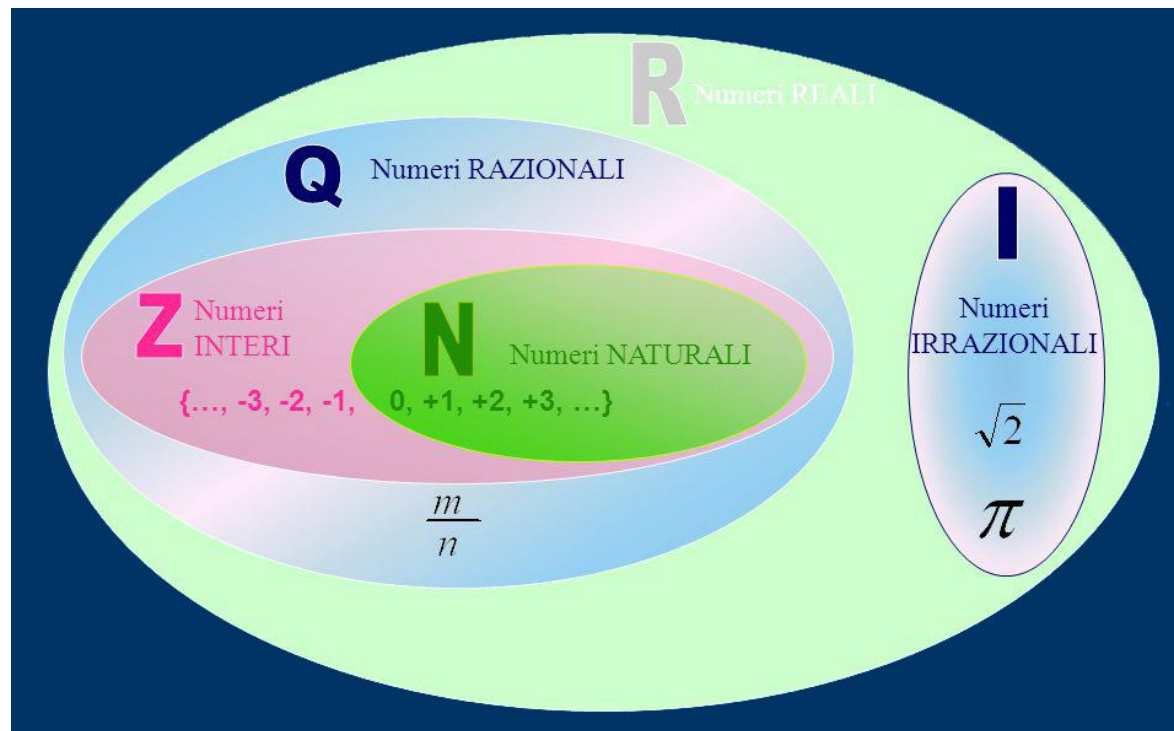


L'introduzione di nuovi numeri non è conclusa. Esiste la necessità di rendere sempre possibile l'estrazione di radice, inversa dell'elevamento a potenza.

Ricordiamo ad esempio che la diagonale del quadrato di lato l vale $l\sqrt{2}$.

Posso dimostrare che $\sqrt{2}$ non è un numero razionale. Devo allora introdurre i **numeri irrazionali** che assieme ai **numeri razionali** costituiscono l'insieme dei **numeri reali**.

I numeri irrazionali



I **numeri irrazionali**, indicati con il simbolo I, sono i **numeri** decimali illimitati non periodici che non possono essere espressi sotto forma di frazione.

$$i \neq \frac{m}{n}$$

numeri irrazionali sono $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π , e.....

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

numeri algebrici

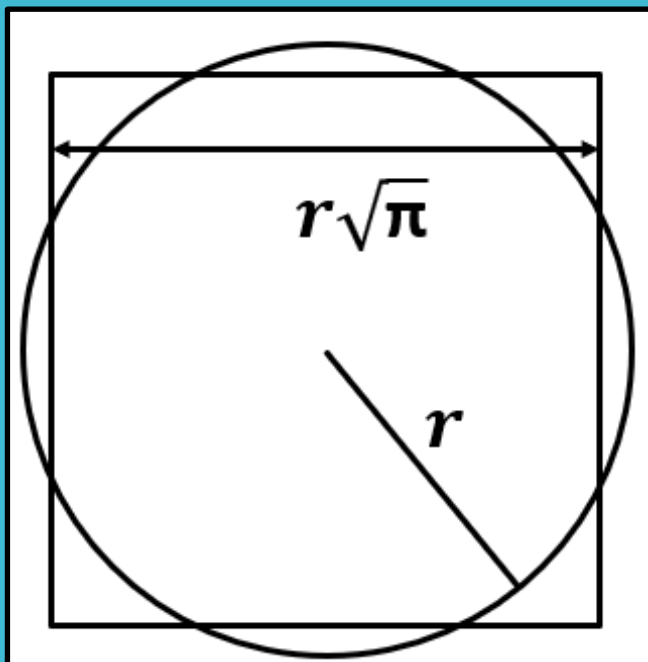
numeri trascendenti

Un **numero algebrico** è un numero irrazionale che si può ottenere come radice di un'equazione polinomiale a coefficienti razionali.

Ad esempio $\sqrt{2}$ è una radice dell'equazione $x^2 - 2 = 0$.

Un **numero trascendente** è un numero per cui non esiste un'equazione polinomiale a coefficienti interi che lo dia come soluzione.

Quadratura del cerchio



π è collegato al problema della quadratura del cerchio: la costruzione di un quadrato che abbia la stessa area di un cerchio, usando solamente riga e compasso.

L'area del cerchio è $A_c = r^2 \pi$, l'area del quadrato è $A_q = l^2$ quindi

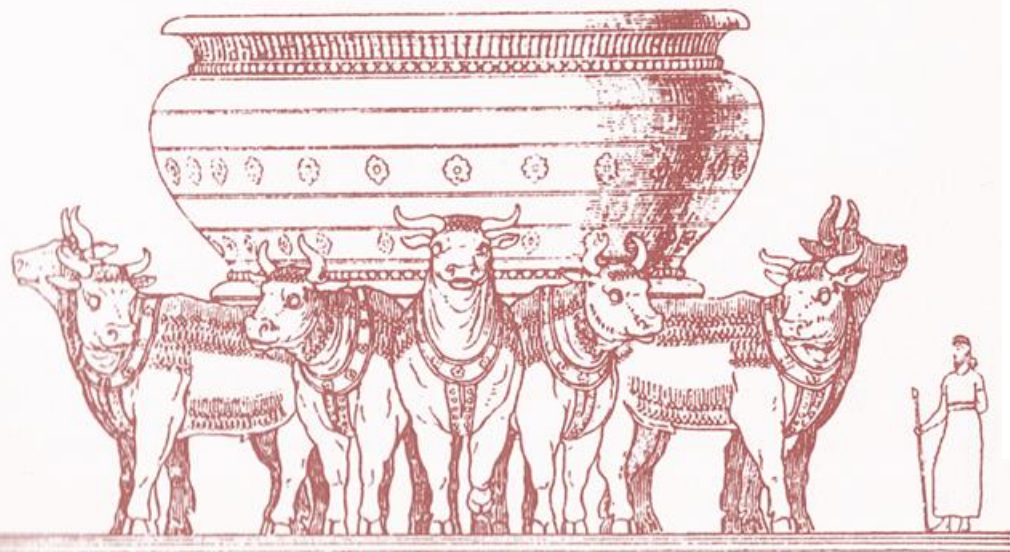
$$l = r\sqrt{\pi}.$$

Ma π è un numero trascendente, ovvero non-algebrico, e quindi non-costruibile.

È però possibile costruire un quadrato con area molto prossima a quella del cerchio dato. Ad esempio una buona approssimazione di $\sqrt{\pi}$ è $39/22 = 1.7727$

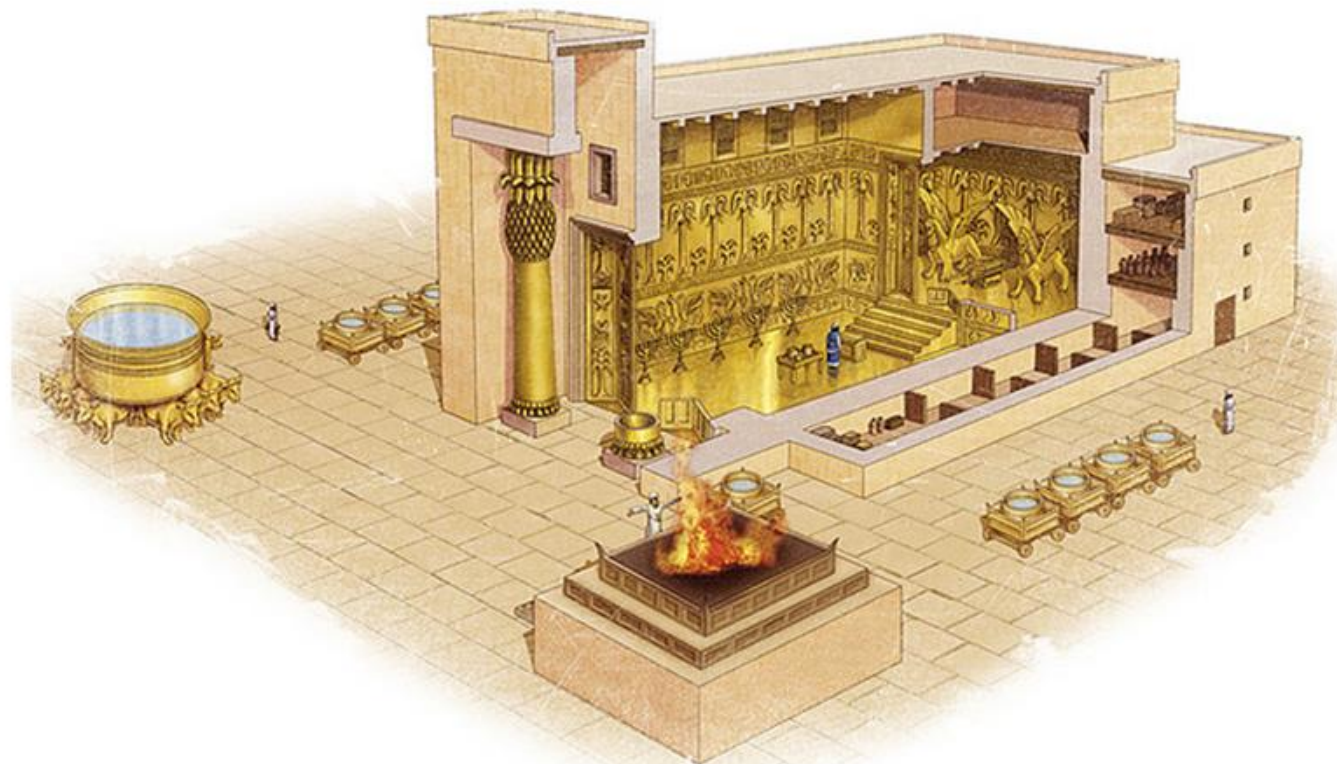
Per concludere si usa il Pi greco con l'approssimazione opportuna e nei calcoli è sufficiente indicare π : senza riportare i decimali.

Il π nella storia



Nella Bibbia

Nella Bibbia (Primo libro dei Re 7: 23) descrivendo gli arredi del tempio di Salomone si dice che si fece *“un bacino di metallo fuso di 10 cubiti da un orlo all’altro rotondo la sua altezza era di 5 cubiti e la sua circonferenza di 30 cubiti”*. Alcuni ritengono quindi che secondo la Bibbia il valore di π sarebbe esattamente 3.



Il π nella storia



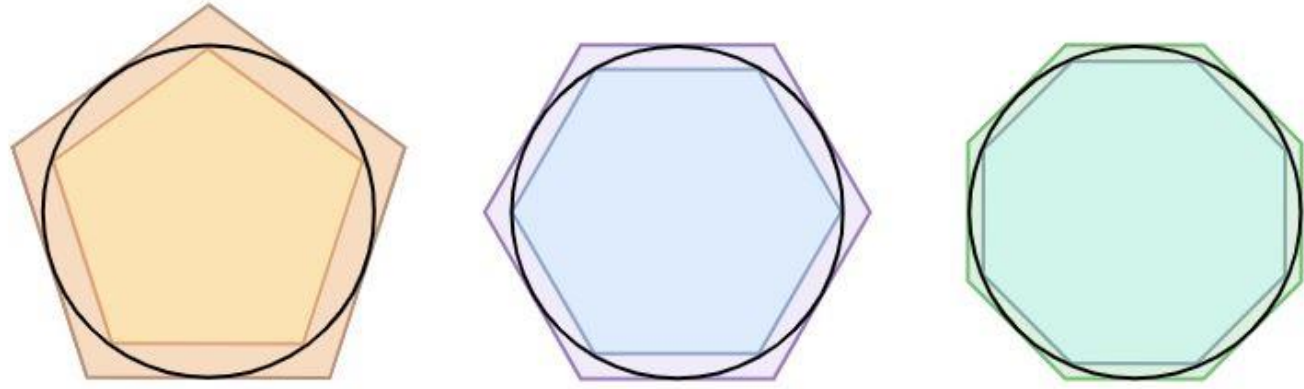
I Babilonesi calcolarono il valore del Pi greco, anche se estremamente approssimato, e assegnarono il valore $\frac{25}{8}$ pari a circa 3,125, un valore ben lontano da quello reale.

Gli egiziani nel papiro di Rind gli assegnarono un valore di 3,16 oppure calcolato come $\frac{256}{81}$. Anche qui possiamo notare come il numero si discosti troppo rispetto a 3,1459. Il Pi greco si trova, infatti, nei calcoli che sono stati utilizzati per creare le piramidi di Giza.

Gli egiziani calcolavano l'area del cerchio con la formula $A = (\frac{8}{9} d)^2$ dove d è il diametro.

II π nella storia

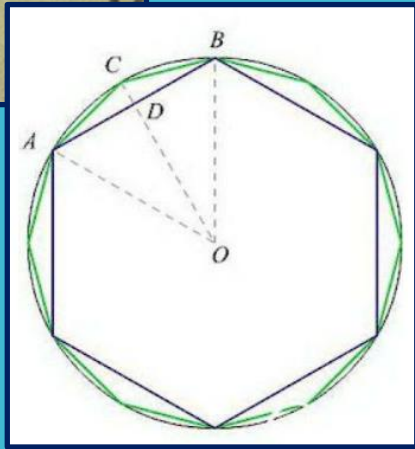
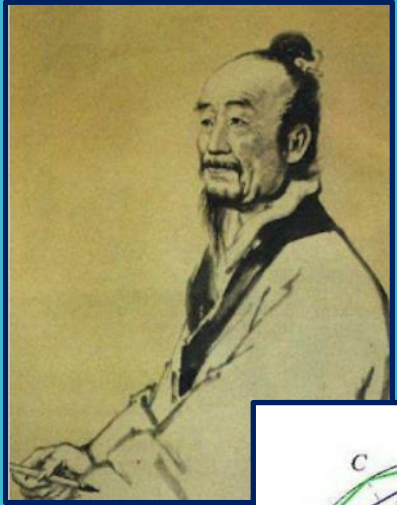
Archimede



Per avere un'approssimazione più precisa dobbiamo aspettare **Archimede**

Archimede, per calcolare in maniera precisa π prese una circonferenza di diametro unitario 1 e, all'interno e all'esterno della circonferenza, rispettivamente, iscrisse e circoscrisse dei poligoni regolari con un numero sempre maggiore di lati. Archimede calcolò fino al perimetro di due poligoni regolari con 96 lati ciascuno ed arrivò alla conclusione che il numero cercato doveva essere compreso tra $3 + 10/71$ e $3 + 10/70$.

Il π nella storia



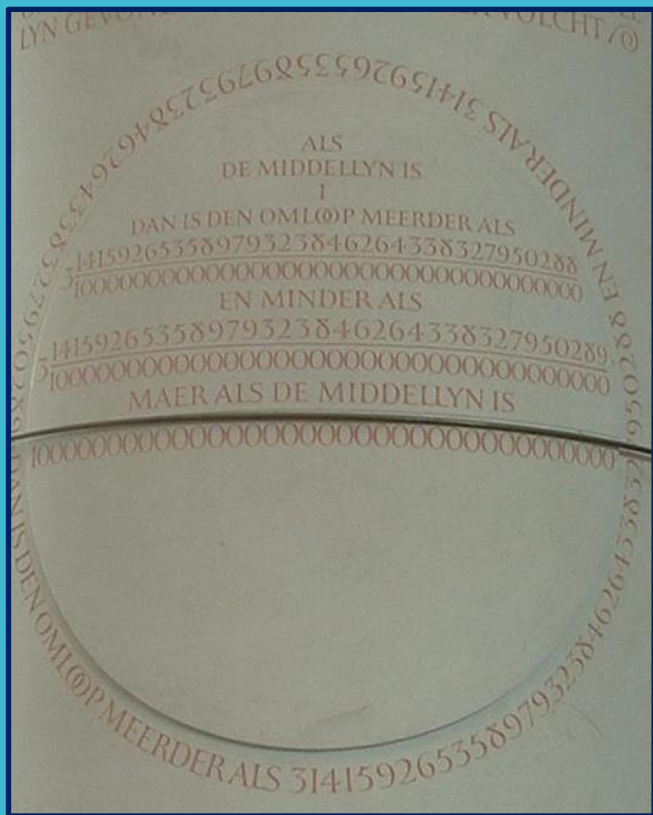
In Cina

Anche dall'altra parte del mondo, in Cina, molti matematici si prodigarono nel calcolo del π .

L'astronomo **Tsu Chung Chi e suo figlio** dedicarono molti anni allo studio di questa costante. Il loro calcolo fu molto preciso perché usarono dei poligoni, inscritti nella circonferenza, con innumerevoli lati.

L'operazione fu davvero immane, soprattutto per gli strumenti dell'epoca.

Il π nella storia



Ludolph von Ceulen

Per avere un risultato migliore e più preciso dobbiamo aspettare il XVI secolo, o meglio Ludolph van Ceulen, matematico tedesco, che usò poligoni con circa 200 lati ciascuno per calcolare la lunghezza di una circonferenza di diametro unitario. Riuscì a trovare dopo 25 anni di calcoli un valore del Pi greco con 35 cifre decimali e lo fece incidere sulla sua pietra tombale!

L'importanza di Ludolph è tale che il Pi greco si chiama anche **costante di Ludolph**, proprio in onore del matematico tedesco.

Il π nella Divina Commedia



Ci sono dei riferimenti al π anche nella letteratura.

Dante nel canto XXXIII del Paradiso esprime il concetto del “ π ”, nei versetti 133-135:

*Quale è 'l geomètra che tutto s'affligge
per misurare lo cerchio, e non ritrova,
pensando, quel principio ond'elli indige, ...*

che con linguaggio moderno diventa

*Come il matematico che si concentra completamente
per trovare la misura del cerchio, e non trova,
pur impegnandosi con il pensiero, il **principio matematico** di cui egli ha
bisogno,...*

Dante mette in relazione il mistero della Trinità con un altro mistero impossibile da risolvere che ha afflitto i matematici dall'alba dei tempi: la quadratura del cerchio, per cui sarebbe necessario conoscere l'entità precisa del numero π , che è numero irrazionale e trascendente.

3.141592653589793238462643383279502
88419716939937510582097494459230781
64062862089986280348253421170679821
48086513282306647093844609550582231
72535940812848111745028410270193852
11055596446229489549303819644288109
75665933446128475648233786783165271
20190914564856692346034861045432664
82133936072602491412737245870066063
15588174881520920962829254091715364
36789259036001133053054882046652138
41469519415116094330572703657595919
53092186117381932611793105118548074
46237996274956735188575272489122793

π ha infinite cifre decimali .

Dieci cifre di π dopo la virgola sono già sufficienti a determinare il raggio terrestre con la precisione di un millimetro.

Per π al momento ne sono state verificate 22.459.157.718.361.

È stato utilizzato un supercomputer con 24 dischi rigidi, ciascuno con 6 terabyte di memoria.

La scrittura di queste cifre richiederebbe l'utilizzo di milioni di volumi, ognuno di migliaia di pagine. Tutti gli alberi della terra non sarebbero sufficienti per fabbricare la carta necessaria.

|| π

come calcolarlo

Per π esatto fino alla sesta cifra decimale.

Consideriamo i primi tre numeri dispari due volte

1 1 3 3 5 5

e costruiamo la frazione $\frac{355}{113} = 3,14159 \dots$

π

come calcolarlo

formula di Leibniz:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots = \frac{\pi}{4};$$

prodotto di Wallis:

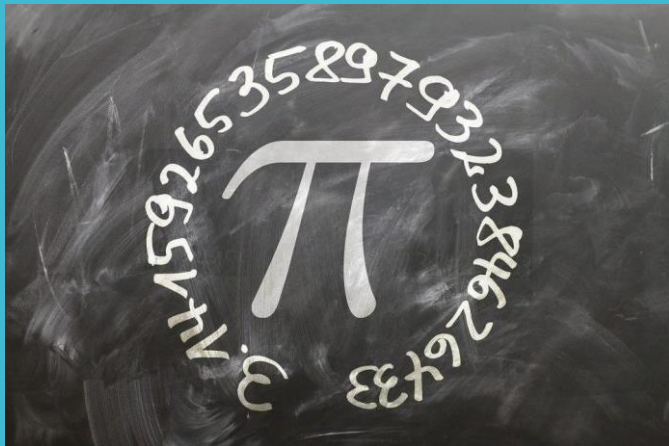
$$\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \dots = \frac{\pi}{2}.$$

Nel XVIII secolo Eulero, risolvendo il problema di Basilea trovò un'altra elegante serie:

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}.$$

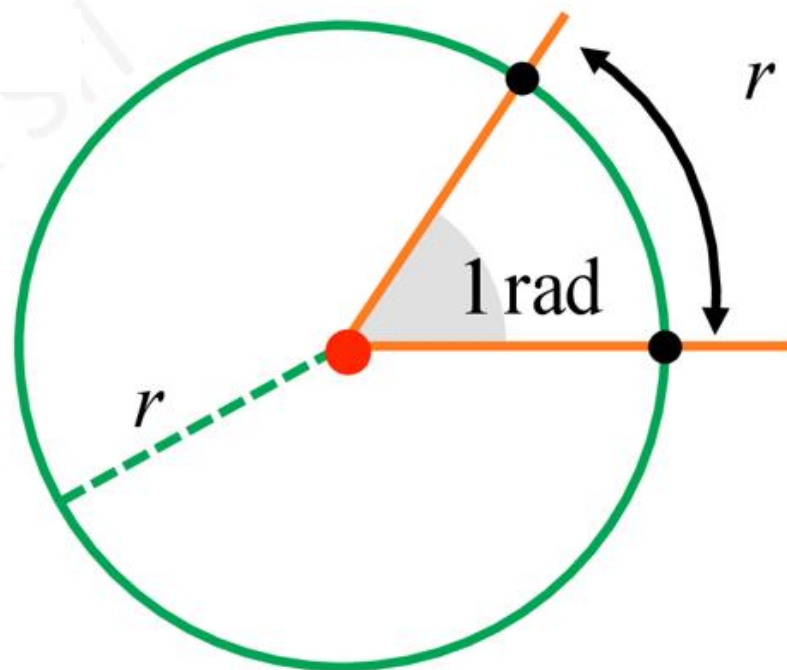
π

Nella misura di angoli

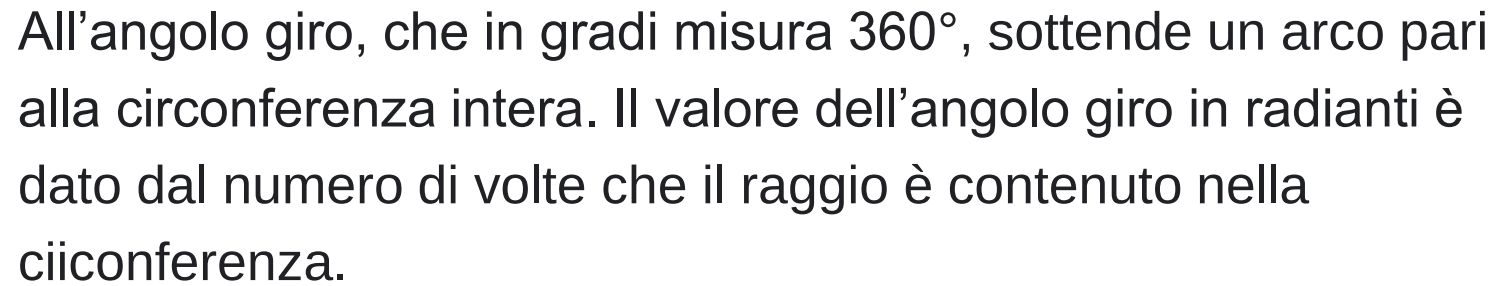


Nel S.I. di misura l'angolo si misura in radianti.

Un **radiante** è l'angolo che si ha in corrispondenza di un arco di lunghezza pari al raggio della circonferenza.



Nella misura di angoli

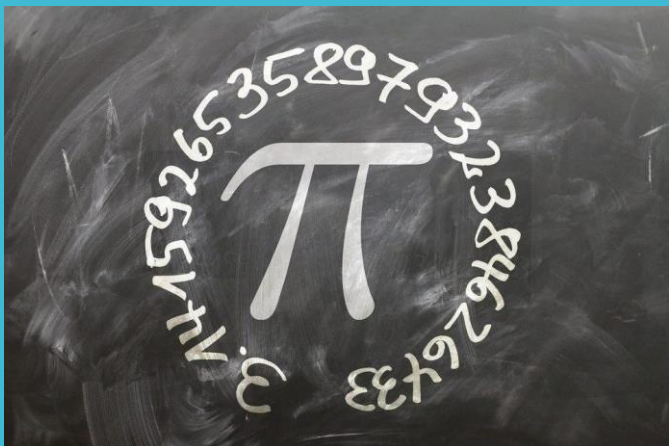


Angolo piatto(180°) in radianti = π

$$1 \text{ rad} \approx 57^\circ 17' 44'' \dots\dots$$

π

Nella misura di angoli



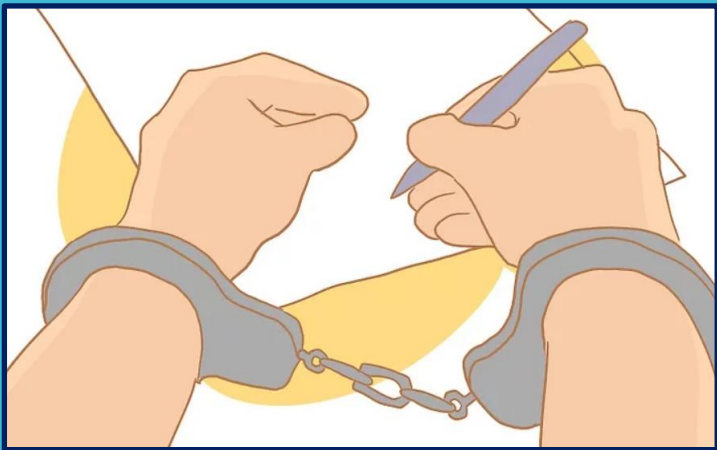
In generale quindi

$$\alpha^{\circ} : \alpha^{\text{rad}} = 180^{\circ} : \pi$$

$$\alpha^{\text{rad}} = \alpha^{\circ} \frac{\pi}{180}$$

$$\alpha^{\circ} = \alpha^{\text{rad}} \frac{180}{\pi}$$

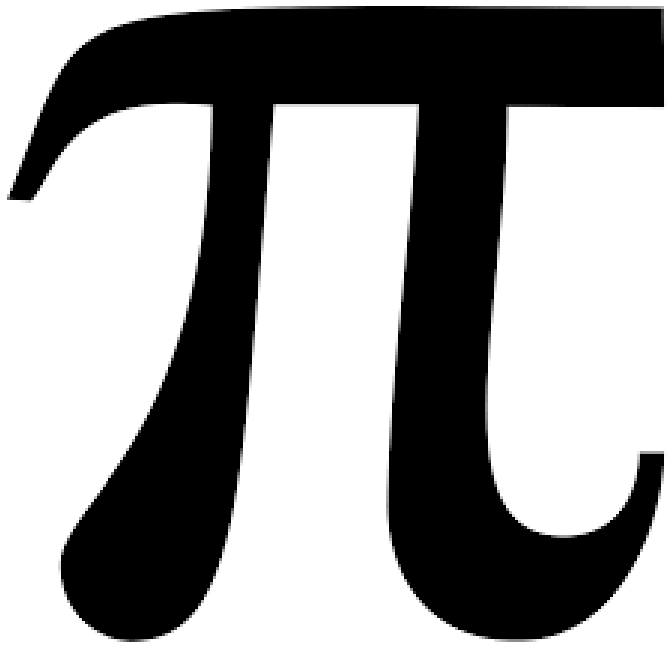
gradi	Rad.	gradi	Rad.
0°	0	180°	π
30°	$\pi/6$	210°	$7\pi/6$
45°	$\pi/4$	225°	$5\pi/4$
60°	$\pi/3$	240°	$4\pi/3$
90°	$\pi/2$	270°	$3\pi/4$
120°	$2\pi/3$	300°	$5\pi/3$
135°	$3\pi/4$	315°	$7\pi/4$
150°	$5\pi/6$	330°	$11\pi/6$
		360°	2π



La scrittura vincolata

La scrittura vincolata è una tecnica letteraria in cui lo scrittore è vincolato da una condizione che vieta determinate cose o impone uno schema.

I vincoli sono molto comuni nella poesia, che spesso richiede allo scrittore di utilizzare una particolare forma in versi.



Scrivendo in Pilish

Pilish è uno stile di scrittura vincolata in cui le lunghezze delle parole consecutive corrispondono alle cifre del numero π .

Ecco l'unica regola: in Pilish, la lunghezza di ogni parola deve corrispondere al numero corrispondente nella sequenza di cifre di pi.

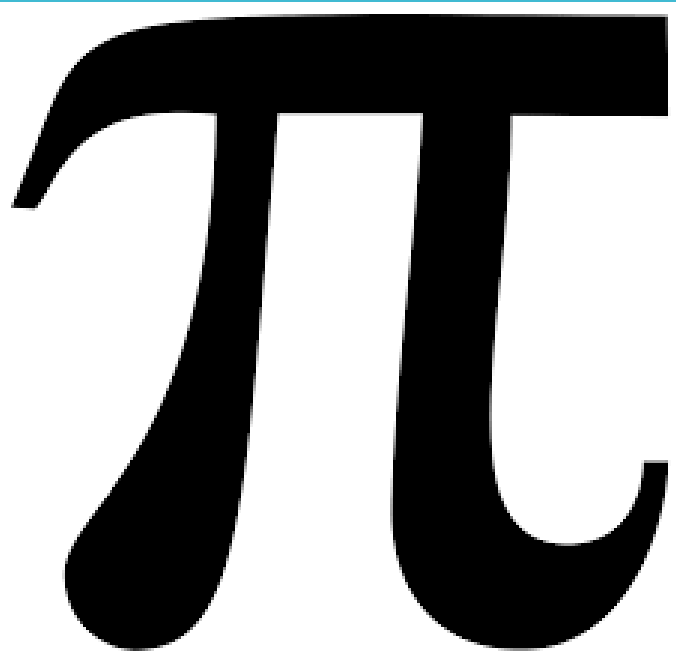
In altre parole, la prima parola deve essere lunga tre lettere, la seconda parola deve essere una, la terza parola quattro e così via all'infinito.

Un esempio:

Ave o Roma o Madre gagliarda di latine virtù che tanto luminoso splendore prodiga spargesti con la tua saggezza.

Che n'ebbe d'utile Archimede da ustori vetri sua somma scoperta?

Ave	o	Roma	o	madre	gagliarda	di	latine	virtù	...
3,	1	4	1	5	9	2	6	5	...



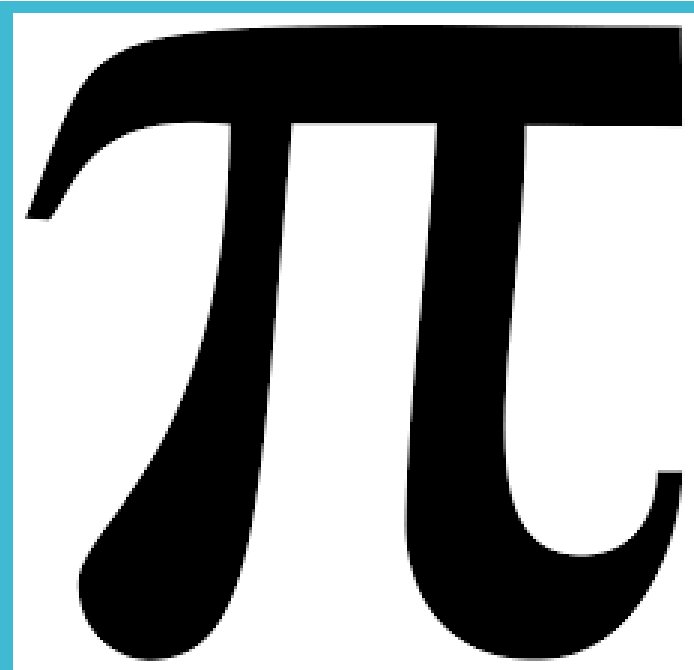
Un'esperienza di Giulio Salvador

A parte a scuola e nelle innumerevoli volte che ne ho fatto casualmente uso, mi sono imbattuto due volte nel PiGreco.

Una prima volta è stata nel periodo in cui programmavo (agli albori dell'informatica diffusa). Il Basic, in cui scrivevo, non prevedeva quel numero. Quindi bisognava creare una variabile (da usare come costante). Io avevo la (buona) abitudine di cominciare sempre i miei programmi con alcune righe di REM, tanto per scrivere il titolo del software, chi lo aveva scritto (io), cosa serviva e la versione. Subito dopo lasciavo una riga vuota e mi occupavo del PiGreco. Anzi del Pi come lo ho sempre individuato riservandogli un nome fisso fra le variabili. (Il Basic all'epoca non aveva bisogno di dichiarazioni per le variabili, ma solo del dimensionamento delle matrici se queste avevano più di una dimensione e/o più di 10 posti - anche le matrici le mettevo in quel punto del listato).

All'inizio usai il citato rapporto 355/113.

Il Basic (come la maggior parte dei linguaggi) lavora in radianti, mentre noi topografi in gradi centesimali (ne parleremo). Quindi il PiGreco mi era essenziale per le trasformazioni.



Un'esperienza di Giulio Salvador

Però la mia estrazione trigonometrica ebbe il sopravvento, e da un certo momento usai il raffinato $\text{Pi}=4*\text{atan}(1)$. $\text{Atan}(1)=45^\circ$ (50 gon per noi) e perciò è $1/4$ dell'angolo piatto (180 e 200...). Ma un angolo piatto è PiGreco (in radianti) da cui la moltiplicazione per 4.

Non so cosa usino le calcolatrici per ricavare la costante che hanno in tastiera, ma verifico (io ho una Hewlett Packard 30S) che se uso il primo sistema e sottraggo il PiGreco fornito dalla tastiera rimango con una manciata di decimali (in decima posizione), mentre se uso il secondo la sottrazione dà zero.

La seconda volta è stato in una pratica comunissima in cantiere: quella della contabilità. La contabilità deve essere precisa all'ultima cifra (alla lira una volta, al centesimo adesso) e deve essere replicabile con una calcolatrice che faccia anche solo le 4 operazioni. Spesso (excel docet) il numero che ci mostrano non è arrotondato, ma lo è solo la sua visualizzazione (fare la prova: $10/3 = 3.33$, ma $3.33*3=9.99$, se mettiamo il tutto in excel vedremo che la somma delle tre caselle in cui si vede il valore 3.33 invece dà 10.00!). Ma questo riguarda i decimali, e se vuoi ne parleremo in futuro